

1. RAPPELS

1.1. Que veut dire un pourcent ?

→ On va comparer cette question à la question plus facile « Que veut dire une moitié ? ».

→ Pour calculer **une moitié** d'un nombre, on doit **diviser** ce nombre **par 2**.

Exemple : une moitié de 300 = $300 : 2 = 150$

On peut aussi **multiplier** ce nombre **par un deuxième**.

Exemple : une moitié de 300 = $\frac{1}{2} \cdot 300 = 0,5 \cdot 300 = 150$ (car $\frac{1}{2} = 0,5$)

→ Pour calculer **un pourcent** (1 %) d'un nombre, on doit **diviser** ce nombre **par 100**.

Exemple : 1 % de 300 = $300 : 100 = 3$

On peut aussi **multiplier** ce nombre **par un centième**.

Exemple : 1 % de 300 = $\frac{1}{100} \cdot 300 = 0,01 \cdot 300 = 3$ (car $\frac{1}{100} = 0,01$)

On retiendra que: $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$

1.2. Premier type d'exercices : t % de x = ?

Exemple: 20 % de 300 = ?

→ 1% de 300 est égal à $0,01 \cdot 300 = 3$

→ Alors 20% de 300 est égal à 20 fois plus, donc $20 \cdot 0,01 \cdot 300 = 0,20 \cdot 300 = 60$.

On retiendra que: si t % de x = y, alors $y = 0,01 \cdot t \cdot x$

Exemples :

3 % de 300 = $0,03 \cdot 300 = 9$

40 % de 40 = $0,40 \cdot 40 = 16$

87 % de 450 = $0,87 \cdot 450 = 391,5$

EXERCICE 01

a) 1% de 180 = ? b) 6% de 240 = ? c) 20% de 450 = ? d) 25% de 400 = ? e) 19% de 2500 = ?

1.3. Deuxième type d'exercices : t % de ? = y

Exemple: 20 % de ? = 60

→ Il faut répondre à « 20 % de combien est égal à 60 ? ».

→ Donc, comme 20 % = 0,20, « **0,20 fois combien est égal à 60 ?** ».

→ Pour répondre à cette question, il suffit donc de **diviser 60 par 0,20**.

→ $60 : 0,20 = 300$. Donc 20 % de $\boxed{300} = 60$.

On retiendra que: si t % de x = y, alors $x = y : (0,01 \cdot t)$

Exemples :

40 % de ? = 240

question : « 0,40 fois combien est égal à 240 ? »

réponse : $240 : 0,40 = 600$. Donc 40 % de $\boxed{600} = 240$

36 % de ? = 201,6

question : « 0,36 fois combien est égal à 201,6 ? »

réponse : $201,6 : 0,36 = 560$. Donc 36 % de $\boxed{560} = 201,6$

EXERCICE 02

a) 40% de ? = 600 b) 25% de ? = 640 c) 32% de ? = 3072 d) 45% de ? = 405 e) 87% de ? = 783

1.4. Troisième type d'exercices : ? % de x = y

Exemple: ? % de 300 = 60

→ Il faut répondre à « combien de pourcents de 300 est égal à 60 ? ».

→ Donc « **300 fois combien est égal à 60 ?** ».→ On doit donc **diviser 60 par 300**. Ensuite, on transforme le résultat en pourcentage ($\cdot 100$).→ $60 : 300 = 0,20 = 20 \%$. Donc 20 % de 300 = 60.On retiendra que: si t % de x = y, alors t = y : x · 100

Exemples :

? % de 800 = 416

question : « 800 fois combien est égal à 416 ? »

réponse : $416 : 800 = 0,52 = 52 \%$.

Donc 52 % de 800 = 416.

? % de 750 = 225

question : « 750 fois combien est égal à 225 ? »

réponse : $225 : 750 = 0,30 = 30 \%$.

Donc 30 % de 750 = 225.

EXERCICE 03

a) ?% de 500 = 175 b) ?% de 600 = 252 c) ?% de 840 = 210 d) ?% de 356 = 178 e) ?% de 400 = 44

EXERCICE 04

Répondre aux questions suivantes. Dire d'abord de quel type d'exercices (I, II ou III) il s'agit.

a) 20 % des 25 élèves d'une classe sont malades. Combien d'élèves sont malades ?

b) 36 de 80 élèves des classes de 7^e sont des filles. Quel pourcentage cela représente-t-il ?

c) Frunnes s'achète un pull et obtient une réduction de 12 %. Il économise ainsi 14,4 €. Quel est le prix original du pull ?

d) Monsieur K. a déjà assemblé 3800 des 5000 pièces d'un puzzle. Combien de % de ce puzzle sont terminés ?

e) A une question posée à 1200 personnes, 54 % ont répondu « oui ». Combien de personnes ont dit « oui » ?

f) 30 % des 20 élèves d'une classe portent des lunettes. Combien d'élèves n'ont pas de lunettes ?

g) 609 des 1450 élèves d'un lycée ont moins de 18 ans. Quel pourcentage d'élèves à 18 ans ou plus ?

h) Dans un sondage, 38% des personnes demandées ont répondu « oui » et 682 personnes ont répondues « non ». A combien de personnes a-t-on posé la question ?

2. POURCENTAGES DE POURCENTAGES

Exemple:

Dans une ville de 7600 habitants, 40 % sont des étrangers et 45 % des étrangers ont moins de 30 ans. Combien d'habitants de cette ville sont des étrangers de moins de 30 ans ? Quel pourcentage de la population cela représente-t-il ?

→ Il faut calculer 45 % de 40 % de 7600.

→ 40% de 7600 = $0,40 \cdot 7600 = 3040$.→ 45% de 3040 = $0,45 \cdot 3040 = 1368$. Il y a donc 1368 étrangers de moins de 30 ans dans cette ville.→ $1368 : 7600 = 0,18 = 18 \%$. Il y a 18 % d'étrangers de moins de 30 ans dans cette ville.

Remarque:

Pour trouver 0,18, on peut aussi multiplier les deux taux: $0,45 \cdot 0,40 = 0,18 = 18 \%$ On retiendra que: pour calculer t' % de t % de x, on calcule $(0,01 \cdot t') \cdot (0,01 \cdot t) \cdot x$

EXERCICE 05

Dans un lycée, de 1200 élèves, 70% des élèves pratiquent un sport. Parmi ceux-ci, 50% pratiquent un sport d'équipe et 30 % de ceux-ci font du football.

- a) Combien d'élèves pratiquent un sport d'équipe ? Quel pourcentage d'élèves de ce lycée cela représente-t-il ?
 b) Combien d'élèves font du football ? Quel pourcentage d'élèves de ce lycée cela représente-t-il ?

3. EXPRESSION D'UNE HAUSSE ET D'UNE BAISSE**3.1. Calculer la nouvelle valeur après une hausse**

Exemple :

Au 31 décembre 2008, une action est cotée à 137 € en bourse. Pendant l'année 2009, elle a augmenté de 12 %. Quelle est sa valeur au 31 décembre 2009 ?

"ancienne méthode" :

→ 12 % de 137 = $0,12 \cdot 137 = 16,44$ €. L'action a augmenté de 16,44 €.

→ $137 + 16,44 = 153,44$ €. La valeur au 31 décembre 2009 est de 153,44 €.

"nouvelle méthode" :

→ $(100 \% + 12 \% = 112 \%)$

→ 112 % de 137 = $1,12 \cdot 137 = 153,44$ €. La valeur au 31 décembre 2009 est de 153,44 €.

On retiendra que :

si x_1 est la nouvelle valeur de x_0 après une **hausse** de t %, alors $x_1 = (1 + 0,01 \cdot t) \cdot x_0$

Exemple :

Hier, un kg de bananes a coûté 1,20 €. Aujourd'hui le prix a augmenté de 15 %. Quel est le nouveau prix ?

→ $(100 \% + 15 \% = 115 \%)$ $1,15 \cdot 1,20 = 1,38$ €. Aujourd'hui les bananes coûtent 1,38 €.

3.2. Calculer la nouvelle valeur après une baisse

Exemple :

Au 31 décembre 2008, une autre action est cotée à 78 € en bourse. Pendant l'année 2009, elle a baissé de 28 %. Quelle est sa valeur au 31 décembre 2009 ?

"ancienne méthode" :

→ 28 % de 78 = $0,28 \cdot 78 = 21,84$ €. L'action a baissé de 21,84 €.

→ $78 - 21,84 = 56,16$ €. La valeur au 31 décembre 2009 est de 56,16 €.

"nouvelle méthode" :

→ $(100 \% - 28 \% = 72 \%)$

→ 72 % de 78 = $0,72 \cdot 78 = 56,16$ €. La valeur au 31 décembre 2009 est de 56,16 €.

On retiendra que :

si x_1 est la nouvelle valeur de x_0 après une **baisse** de t %, alors $x_1 = (1 - 0,01 \cdot t) \cdot x_0$

Exemple :

Marie-Framboise s'achète un pantalon de 74 €. Elle obtient une ristourne de 20 %. Combien doit-elle payer ?

→ $(100 \% - 20 \% = 80 \%)$ $0,80 \cdot 74 = 59,20$ €. Elle doit payer 59,20 € pour le pantalon.

EXERCICE 06

Voici les valeurs d'actions cotées en bourse au 31 décembre 2008 et leur évolution au cours de l'année 2009. Calculer leur valeur au 31 décembre 2009.

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) 224 € ; hausse de 3 % | b) 54,50 € ; baisse de 15 % | c) 60 € ; hausse de 12,5 % |
| d) 346 € ; baisse de 50 % | e) 220 € ; hausse de 100 % | d) 350 € ; hausse de 1000 % |

3.3. Calculer le pourcentage d'une hausse

Exemple:

Le 31 août 2010, l'envoi d'une lettre de moins de 20 g coûtait 0,50 €.

Le lendemain, le nouveau prix était de 0,60 €. De combien de pourcents le prix a-t-il augmenté ?

→ $0,60 - 0,50 = 0,10$ €. Ceci est appelé l'augmentation absolue.→ ? % de 0,50 = 0,10 ? (exercice du 3e type) → $0,10 : 0,50 = 0,2 = 20$ %.

Les prix ont augmenté de 20 %. Ceci est appelé l'augmentation relative.

On retiendra que :

si x_1 est la nouvelle valeur de x_0 après une **hausse** de t %, alors $t = (x_1 - x_0) : x_0 \cdot 100$

Exemple:

Le 31 mars 2005 la population d'une commune était de 7200 habitants. 5 ans plus tard, il y avait 8028 habitants dans cette commune. Exprimer l'augmentation de la population en pourcents.→ $(8028 - 7200) : 7200 = 0,115 = 11,5$ %. La population a augmenté de 11,5 %.**3.4. Calculer le pourcentage d'une baisse**

Exemple:

La semaine dernière, un litre d'essence coûtait 1,125 €. Aujourd'hui il faut payer 1,085 €. Exprimer la baisse du prix en pourcents.

→ $1,125 - 1,085 = 0,04$ €. (baisse absolue)→ ? % de 1,125 = 0,04 ? (exercice du 3e type) → $0,04 : 1,125 = 0,355... \approx 3,55$ %.

Le prix de l'essence a baissé de 3,55 %. (baisse relative)

On retiendra que :

si x_1 est la nouvelle valeur de x_0 après une **baisse** de t %, alors $t = (x_0 - x_1) : x_0 \cdot 100$

Exemple:

Il a trois mois, Popol pesait 96 kg. Aujourd'hui il ne pèse plus que 88 kg. Exprimer cette baisse en pourcents.→ $(96 - 88) : 96 = 0,0833... \approx 8,33$ %. La masse de Popol a baissé de 8,33 %.**EXERCICE 07**

Voici un tableau représentant l'évolution de la population d'une ville :

année	1980	1985	1990	1995	2000
population	150000	200000	180000	240000	330000

Calculer les accroissements absolus et les accroissements relatifs en pourcentage sur chacune des périodes 1980-1985, 1985-1990, 1990-1995 et 1995-2000.

EXERCICE 08

1° Une somme de 100 € subit d'abord une hausse de 5 %, ensuite une hausse de 3%.

a) Quelle est sa nouvelle valeur ?

b) Calculer le taux de variation final.

2° Mêmes questions si la somme subit d'abord une hausse de 8 %, ensuite une baisse de 8 %.

EXERCICE 09

On place une somme de 2000 € sur un compte d'épargne qui a un taux annuel de 1,5 %.
À la fin de l'année, il faut payer un impôt de 10 % sur les intérêts.
Combien d'argent a-t-on après une année ?

EXERCICE 10

a) Une voiture coûte 12200 € HT (hors taxes). Il faut encore payer la TVA (taxe sur la valeur ajoutée) de 15 %. Calculer le prix à payer TTC (toutes taxes comprises).
b) Une autre voiture coûte 17894 € TTC. Trouver son prix HT.

EXERCICE 11

Voici les taux de TVA appliqués au Luxembourg sur les boissons :
alcool, bière: 15 % / vin: 12 % / eau minérale, limonade, jus de fruits : 3 %.

Voici les prix HT d'un restaurateur:

bière: 1,20 € / vin (bouteille): 16 € / coca, limonade : 1,40 € / eau minérale: 1,80 € / jus de fruits: 1,60 €

Voici les boissons consommées lors d'une grande fête :

542 bières / 76 bouteilles de vin / 352 cocas, limonades / 460 eaux minérales / 157 jus de fruits

- a) A combien s'élève la facture TTC ?
b) Combien de TVA a-t-on dû payer ?

EXERCICE 12

Une quantité q subit les hausses et les baisses successives indiquées.

Calculer le nombre par lequel elle est finalement multipliée et indiquer le taux de variation final.

- a) hausse de 3 %, puis hausse de 3 %, enfin hausse de 3 %
b) baisse de 5 %, puis baisse de 10 %, enfin hausse de 15 %
c) hausse de 25 %, puis hausse de 25 %, enfin baisse de 50 %

EXERCICE 13

Une quantité subit une augmentation de t % et ensuite une baisse de t %. On obtient une baisse finale de 4 %. Calculer le taux t .

EXERCICE 14

Après une baisse de 15 % suivie d'une nouvelle baisse de t %, on obtient une baisse finale de 30 %. Calculer le taux t .

EXERCICE 15

Voici deux annonces publicitaires:

25 % de produit en plus pour un même prix de 1,5 €.

annonce 1

25 % de remise à la caisse sur le paquet de 1,5 €.

annonce 2

Laquelle des deux offres est la plus avantageuse ?

EXERCICE 16

Au 30 juin 2010, le salaire social mensuel au Luxembourg pour un adulte non qualifié était de 1682,76 €. À partir du 1er juillet 2010, il était de 1724,81 €.

- a) Calculer le pourcentage de hausse.
- b) Un travailleur qualifié obtient 20 % de ce salaire de plus. Combien obtient-il ?
- c) Un jeune de 17 à 18 ans obtient 20 % de ce salaire de moins. Combien obtient-il ?
- d) En un mois, on travaille en moyenne 173 heures. Combien gagne un jeune de 17 ans en une heure ?

EXERCICE 17

Dans le contrat collectif d'une firme, on a retenu que le salaire des employés va augmenter de 2 % l'année pendant 5 ans.

De combien de pourcents le salaire aura-t-il augmenté après 5 ans ?

EXERCICE 18

Dans une firme, 56 % des employés sont des femmes. 40 % des femmes gagnent plus de 3000 € par mois. Quel pourcentage d'employés de la firme représente les femmes gagnant plus de 3000 € par mois ?

EXERCICE 19

Le taux de chômage a augmenté de 10 % le mois dernier. Il vaut maintenant 6,82 %. Quel était le taux de chômage le mois dernier ?

EXERCICE 20

Un vin comporte 12,5 % d'alcool. On veut mélanger ce vin à du coca pour obtenir une boisson qui ne comporte que 5 % d'alcool. Combien de coca doit-on ajouter dans un litre de vin ?

EXERCICE 21

Un vendeur de voitures propose une réduction de 10 % sur le prix HT d'une voiture. Un autre vendeur propose une réduction de 10 % sur le prix TTC de la même voiture. Quelle est la proposition la plus intéressante ? (Rappel: la TVA sur les voitures est de 15 %).

EXERCICE 22

En 1980, un ticket de bus coûtait 10 francs luxembourgeois. En 2010, il faut payer 1,50 €. De quel pourcentage le prix a-t-il augmenté en 30 années ? (Rappel: 1 € = 40,3399 LUF).