10CM1 – Devoir en classe de mathématiques III,1 - CORRIGÉ

Exercice 1

Factoriser le plus possible :

a) $60x^{60} + 20x^{20}$
$= 20x^{20}(3x^{40} + 1)$

b) $49x^2 - 25$
$= (7x - 5)(7x + 5)$

c) $4x^2 - 12x + 9$
$= (2x - 3)^2$

d) $(2x + 1)^2 - (3x + 5)(2x + 1)$
$= (2x + 1)[(2x + 1) - (3x + 5)]$
$= (2x + 1)(2x + 1 - 3x - 5)$
$= (2x + 1)(-x - 4)$

e) $(4x - 3)^2 - (3x + 2)^2$
$= [(4x - 3) - (3x + 2)][(4x - 3) + (3x + 2)]$
$= (4x - 3 - 3x - 2)(4x - 3 + 3x + 2)$
$= (x - 5)(7x - 1)$

f) $(1 - 5x)(2x + 3) + (5x - 1)(3x - 7)$
$= (1 - 5x)(2x + 3) - (1 - 5x)(3x - 7)$
$= (1 - 5x)[(2x + 3) - (3x - 7)]$
$= (1 - 5x)(2x + 3 - 3x + 7)$
$= (1 - 5x)(-x + 10)$

g) $x^2 - 7x + 12$
$= x^2 - 2\cdot\frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 12$
$= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{48}{4}$
$= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= \left(x - \frac{7}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2} + \frac{1}{2}\right)$
$= (x - 4)(x - 3)$

Exercice 2

Calculer et réduire le plus possible :

a) $(\sqrt{3} + 2)^2 - 4(\sqrt{3} + 1) + (2\sqrt{3})^2$
$= \sqrt{3}^2 + 2\cdot\sqrt{3}\cdot 2 + 2^2 - 4\sqrt{3} - 4 + 2^2\cdot\sqrt{3}^2$
$= 3 + 4\sqrt{3} + 4 - 4\sqrt{3} - 4 + 4\cdot 3$
$= 3 + 12 = 15$

b) $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 7\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}$
$= \sqrt{3}\cdot\sqrt{2} + 5\sqrt{3}^2 - \sqrt{3}\cdot\sqrt{2} - 7\sqrt{2}^2$
$= \sqrt{6} + 5\cdot 3 - \sqrt{6} - 7\cdot 2$
$= 15 - 14 = 1$

c) $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{8}$
$= \sqrt{36}\cdot\sqrt{2} - \sqrt{16}\cdot\sqrt{2} + \sqrt{4}\cdot\sqrt{2}$
$= 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2}$

Exercice 3

Rendre rationnel le dénominateur des fractions suivantes :

a) $-\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-3} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-3}\cdot\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+3} = \frac{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+3)}{\sqrt{5}^2 - 3^2} = \frac{\sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 6}{5 - 9} = \frac{5 + \sqrt{5} - 6}{-4} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{-4} = \frac{1 - \sqrt{5}}{4}$

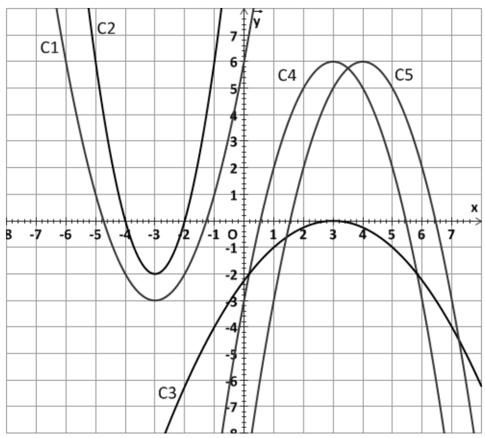
Exercice 4

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie par $f(x) = 2,5x(x + 4) - 7$.

$f(x) = 2,5x^2 + 10x - 7$ $a = 2,5$ $b = 10$ $c = -7$

$-\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2\cdot 2,5} = -\frac{10}{5} = -2$ et $f(-2) = 2,5\cdot(-2)^2 + 10\cdot(-2) - 7 = 10 - 20 - 7 = -17$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
f(x)		↘	-17	↗	



Exercice 5

1° a) si $-3 < x < -1$, alors $1 < x^2 < 9$

b) si $-\sqrt{5} \le x \le 2$, alors $0 \le x^2 \le 5$

2° a) $x^2 > 7$ $S =]-\infty ; -\sqrt{7} [\cup] \sqrt{7} ; +\infty [$

b) $x^2 \le 9$ $S = [-3 ; 3]$

Exercice 6

$f_1(x) = x^2 + 6x + 6$; $-b/2a = -3$; courbe tournée vers le haut

$f_2(x) = 2x^2 + 12x + 16$; $-b/2a = -3$; courbe tournée vers le haut, plus « serrée » que celle de f_1.

→ f_1 : C1 f_2 : C2

$f_3(x) = -x^2 + 6x - 3$; $-b/2a = 3$; courbe tournée vers le bas

$f_4(x) = -0,25x^2 + 1,5x - 2,25$; $-b/2a = 3$; courbe tournée vers le bas, moins « serrée » que celle de f_3.

→ f_3 : C4 f_4 : C3

$f_5(x) = -x^2 + 8x - 10$ → il ne reste que C5.