10CM Chapitre 2
0. Équations du premier degré (rappel)

EXERCICE 01

Recopier et compléter :

a) 24 – ■ = 16
b) 4· ■ = 36
c) 42 : ■ = 6
d) ■· 5 = 1
e) 3· ■ + 1 = 28
f) –6 · ■ = 18
g) 4· (■ + 1) = 48
h) 18 – 5· ■ = –2

EXERCICE 02

On sait que 1678 + 722 = 2400.
Calculer alors rapidement et mentalement :

a) 2· (1678 + 722) b) $\frac{1678+722}{6}$ c) 1678 + 722 + 319 d) $\frac{1678+722}{8}\cdot 2$

DÉFINITION (égalité)

Une **égalité** est une affirmation (une phrase) dans laquelle il y a le signe d'égalite « = ».
Une égalité peut être vraie ou fausse.
Ce qui est écrit à gauche du signe « = » s'appelle membre de gauche, ce qui est écrit à droite du signe « = » s'appelle membre de droite.

Exemples : 3 + 2 = 5 est une égalité vraie.
12 – 6 = 7 est une égalité fausse.

membre de gauche membre de droite

EXERCICE 03

Est-ce que les égalités suivantes sont vraies ou fausses ?

a) 2x + 5 = 17 si x = 6
b) 3x − 1 = 12 si x = 5
c) 5x + 1 = 16 si x = 5
d) 4x + 3 = 2x + 1 si x = −1
e) 6x − 3 = −4x + 6 si x = 2

EXERCICE 04

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	4x – 3	3x + 1
1		
2		
3		
4		
5		

b) En regardant le tableau complété de a), dire pour quelle valeur de x, l'égalité 4x − 3 = 3x + 1 est vraie ?

DÉFINITIONS (équation du premier degré, solution, résoudre une équation)

• Une **équation** est une égalité dans laquelle il y a une variable (une lettre qui représente un nombre, par exemple: x). Cette variable est appelée l'**inconnue**. Si, dans l'équation, il n'y a que la première puissance de l'inconnue (donc x et non pas x^2, x^3...), l'équation est dite **du premier degré**.
• Une **solution** d'une équation est une valeur de la variable pour laquelle l'égalité est vraie.
• **Résoudre une équation** veut dire trouver toutes les solutions d'une équation.

Exemple :

2 est une solution de l'équation 3x + 4 = 10,car si x = 2, on obtient: $3\cdot 2 + 4 = 6 + 4 \overset{!}{=} 10$

On écrit $\overset{!}{=}$ pour dire qu'on a effectivement trouvé le résultat qu'on voulait (ici 10).

EXERCICE 05

Vrai ou faux ? Justifie !

a) L'équation $2x + 3 = 11$ a pour solution 4.

b) L'équation $-2x - 1 = 11$ a pour solution -6.

c) L'équation $3x - 2 = 15$ a pour solution 7.

EXERCICE 06

a) Écrire deux équations avec l'inconnue x dans le membre de gauche dont la solution est -2.

b) Écrire deux équations avec l'inconnue x dans les deux membres dont la solution est 3.

EXERCICE 07

Voici six équations. Quatre de ces équations ont la même solution. Lesquelles ?

a) $6x - 3 = 4x + 1$
b) $x = 2$
c) $2x - 3 = 1$
e) $4x - 3 = 1$
f) $2x = 4$
g) $6x + 3 = 4x - 1$

« Classer » ensuite ces quatre équations de la plus difficile à la plus simple.

DÉFINITION (équations équivalentes)

On dit que deux équations sont équivalentes, si elles ont la (les) même(s) solution(s).
Entre deux équations équivalentes, on met le signe d'équivalence $\Leftrightarrow$.

Exemple :
$2x + 1 = -3$ et $2x = -4$ sont deux équations équivalentes, car elles ont la même solution (ici : -2).
On écrit aussi : $2x + 1 = -3 \Leftrightarrow 2x = -4$.

PROPRIÉTÉS (règles d'équivalence)

① Si on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.

② Si on multiplie ou divise par un même nombre non nul les deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.

MÉTHODE (résoudre une équation)

Pour résoudre une équation du premier degré à inconnue x, on la transforme en équations équivalentes jusqu'à ce qu'on trouve une équation de la forme « x=… ».

Ici on écrit l'opération qu'on effectue dans les deux membres de l'équation.

Exemple :

Comme les équations sont équivalentes, on met le signe d'équivalence dans chaque ligne.

$6x - 5 = 4x + 1$ | $\mathbf{-4x}$ (règle ①)
$\Leftrightarrow 6x - 5 \mathbf{- 4x} = 4x + 1 \mathbf{- 4x}$
$\Leftrightarrow 2x - 5 = 1$ | $\mathbf{+5}$ (règle ①)
$\Leftrightarrow 2x - 5 \mathbf{+ 5} = 1 \mathbf{+ 5}$
$\Leftrightarrow 2x = 6$ | $\mathbf{:2}$ (règle ②)
$\Leftrightarrow 2x \mathbf{: 2} = 6 \mathbf{: 2}$
$\Leftrightarrow x = 3$ La solution de l'équation est 3.

MÉTHODE (équations plus complexes)

Parfois les équations du premier degré sont plus complexes : il faut d'abord développer et réduire les deux membres de l'équation.

Exemple :
$3(2x + 5) - 4(x-1) = 6(-2x - 5) - 7$ → on utilise la distributivité
$\Leftrightarrow 6x + 15 - 4x + 4 = -12x - 30 - 7$ → on réduit les termes semblables
$\Leftrightarrow 2x + 19 = -12x - 37$ → maintenant on sait résoudre l'équation
$\Leftrightarrow \ldots\ x = -4$

EXERCICE 08

Résoudre les équations suivantes:

a) $2x - 7 = 13$
b) $4x - 2 = -7$
c) $-12 = 2x + 5$
d) $5x + 5 = 2x - 4$
e) $3x - 2 = -2x + 18$
f) $-3x + 7 = -5x - 1$
g) $4x + 3 = -12x + 5$
h) $17x - 19 = -23x + 21$
i) $7(x + 7) - 4(x - 4) = 77$
j) $3(x + 8) - 2(x + 12) = 48$
k) $6x - (11 - 2x) = 4x - 3$
l) $8 - 3x - 3(6 - x) = 2(5 - x)$

MÉTHODE (équations contenant des fractions)

Pour se débarrasser des fractions, on peut multiplier d'abord les deux membres de l'équation par le dénominateur commun. (Attention : il faut multiplier TOUS les termes par ce nombre !) Ensuite, on résout l'équation.

Exemple :

$\frac{1}{2}x + \frac{3}{5} = -\frac{3}{4}x - \frac{2}{3} \quad |\cdot 60$

$\Leftrightarrow \frac{\overset{30}{\cancel{60}}\cdot 1}{\underset{1}{\cancel{2}}}x + \frac{\overset{12}{\cancel{60}}\cdot 3}{\underset{1}{\cancel{5}}} = -\frac{\overset{15}{\cancel{60}}\cdot 3}{\underset{1}{\cancel{4}}}x - \frac{\overset{20}{\cancel{60}}\cdot 2}{\underset{1}{\cancel{3}}}$

$\Leftrightarrow 30x + 36 = -45x + 45x - 40 \quad |+45x$

$\Leftrightarrow 30x + 45x + 36 = -40$

$\Leftrightarrow 75x + 36 = -40 \quad |-36$

$\Leftrightarrow 75x + 36 - 36 = -40 - 36$

$\Leftrightarrow 75x = -76 \quad |:76$

$\Leftrightarrow x = -\frac{76}{75}$

EXERCICE 09

a) $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = x + 1$

b) $\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y + \frac{1}{8}y = 7$

c) $\frac{3}{5}z - \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}z + \frac{5}{6}$

d) $\frac{3}{4}t + \frac{4}{3} = \frac{1}{2}(t + 6)$

e) $\frac{1}{2}(x - 3) = \frac{1}{5}(x + 3)$

f) $-4m + \frac{3}{4} = \frac{7}{8} + 12m$

g) $x - \frac{1}{5}(x + 4) = 4$

h) $\frac{1}{2}q + \frac{1}{3}(q + 1) + \frac{1}{4}(q + 4) = \frac{11}{5}$

i) $\frac{1}{7}(1 - 3n) = \frac{1}{4}(n + 3) + \frac{1}{14}$

j) $y - \frac{1}{3}(y - 2) = 4 - \frac{1}{6}(y + 5)$

k) $\frac{1}{5}(z + 6) - \frac{11}{60}z = 2 - \frac{1}{12}(8z - 15)$

l) $t - 2 - \frac{1}{3}(t + 1) = \frac{1}{5}(1 - 3t)$

Parfois, une équation n'a pas l'air d'être une équation du premier degré, puisqu'elle contient le carré de la variable. En réduisant, on se rend compte qu'elle est quand-même du premier degré.

Exemple :

$x^2 + 3x - 7 = x(x - 4) + 9$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 7 = x^2 - 4x + 9 \quad |-x^2$

$\Leftrightarrow 3x - 7 = -4x + 9 \quad |+4x$

$\Leftrightarrow 7x - 7 = 9 \quad |+7$

$\Leftrightarrow 7x = 16 \quad |:7$

$\Leftrightarrow x = \frac{16}{7}$

EXERCICE 10

a) $x^2 + 6x - 10 = x - 5 + x^2$

b) $y(-6 + 3y) = 3y^2 + 2y + 4$

c) $(z + 3)^2 = (z - 5)^2 + 32$

d) $(3t - 8)^2 + 30t = (3t + 2)^2$

e) $(q + 2)(4q + 7) = (2q + 5)(2q - 2)$

f) $(x - 4)^2 = (x - 4)(x + 4)$

g) $3a - (a + 1)(3 - 6a) = 4a + (2a - 3)(3a + 2)$

h) $2(x + 1)^2 + 16 = (x + 1)(2x + 3)$

i) $(2x + 2)(2x - 9) + (x + 3)^2 = 5x^2 + 7x - 8$

RAPPEL (double distributivité)

a, b, c et d désignent des nombres.

On a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

produit $\xrightarrow[\text{développer}]{}$ somme

Pour multiplier des parenthèses, on multiplie **chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la deuxième parenthèse**. On utilise ainsi la **double distributivité**.

De nouveau on a développé, donc transformé le produit en une somme.

Exemples :

- $(x + 1)(x + 2)$
  $= x\cdot x + x\cdot 2 + 1\cdot x + 1\cdot 2$
  $= x^2 + \mathbf{2x} + \mathbf{x} + 2$ (on peut encore réduire)
  $= x^2 + \mathbf{3x} + 2$
- $(2x - 5)(2 - x)$
  $= 2x\cdot 2 + 2x\cdot(-x) - 5\cdot 2 - 5\cdot(-x)$
  $= \mathbf{4x} - 2x^2 - 10 + \mathbf{5x}$
  $= -2x^2 + \mathbf{9x} - 10$

RAPPEL (identités remarquables)

a et b désignent des nombres.

On a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ces résultats sont très utiles dans le calcul littéral et sont appelées les **identités remarquables.**

Exemples :

- $(x + 1)^2$
  $= x^2 + 2\cdot x\cdot 1 + 1^2$
  $= x^2 + 2x + 1$
- $(x - 5)^2$
  $= x^2 - 2\cdot x\cdot 5 + 5^2$
  $= x^2 - 10x + 25$
- $(x + 3)(x - 3)$
  $= x^2 - 3^2$
  $= x^2 - 9$
- $(2x + 3)^2$
  $= (2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot 3 + 3^2$
  $= 4x^2 + 12x + 9$

Attention :
$\mathbf{(2x)^2 = 2x\cdot 2x = 2\cdot 2\cdot x\cdot x = 4x^2}$