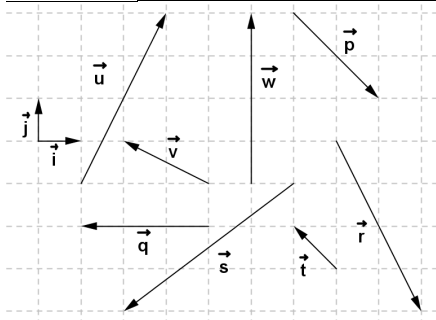


EXERCICE 03

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{p} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{q} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{r} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{s} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{t} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 04**EXERCICE 05**

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 06

a) $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{CD}$

$$2 \begin{pmatrix} -4-3 \\ 1-2 \\ 0-5 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0-7 \\ -1-0 \\ -1+3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14-28 \\ -2-4 \\ -10+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -42 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$\vec{v} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

$$\begin{pmatrix} 7-3 \\ 0-2 \\ -3-5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0+4 \\ -1-1 \\ -1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$\vec{w} = -3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AD}$

$$-3 \begin{pmatrix} 7+4 \\ 0-1 \\ -3-0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0-3 \\ -1-2 \\ -1-5 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33-6 \\ 3-6 \\ 9-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -39 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

b) $\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} x_E + 4 \\ y_E - 1 \\ z_E - 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 0-3 \\ -1-2 \\ -1-5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E + 4 = -3 \\ y_E - 1 = -3 \\ z_E - 0 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -7 \\ y_E = -2 \\ z_E = -6 \end{cases} \quad \text{donc } E(-7 ; -2 ; -6)$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 7-3 \\ 0-2 \\ -3-5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} x_F - 0 \\ y_F + 1 \\ z_F + 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{DF} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} x_F - 0 \\ y_F + 1 \\ z_F + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 2x_F = 0 \\ -2 + 2(y_F + 1) = 0 \\ -8 + 2(z_F + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 2x_F = 0 \\ -2 + 2y_F + 2 = 0 \\ -8 + 2z_F + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_F = -4 \\ 2y_F = 0 \\ 2z_F = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -2 \\ y_F = 0 \\ z_F = 3 \end{cases} \quad \text{donc } F(-2 ; 0 ; 3)$$

EXERCICE 07

$$a) \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -6k \\ -1 = -2k \\ 2 = 4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

donc \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires.

$$b) \vec{u} \text{ et } \vec{w} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \vec{u} = k\vec{w} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 2 \\ x \\ y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2k \\ -1 = xk \\ 2 = yk \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} & (1) \\ k = -\frac{1}{x} & (2) \\ k = \frac{2}{y} & (3) \end{cases}$$

$$(1) \text{ dans } (2) : -\frac{1}{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$(1) \text{ dans } (3) : \frac{2}{y} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 3y = 4 \Leftrightarrow y = \frac{4}{3}$$

$$\text{donc } \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$c) \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{CD} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4-5 \\ 4-1 \\ 4+2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 2+1 \\ -1 \\ -3+1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = 3k \\ 3 = -1k \\ 6 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \\ k = -3 \end{cases}$$

donc \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires.

$$d) \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{ED} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{ED} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1+4 \\ 0-4 \\ -1-4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 2-a \\ -1-b \\ -3-6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = k(2-a) \\ -4 = k(-1-b) \\ -5 = -9k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2-a} & (1) \\ k = \frac{-4}{-1-b} & (2) \\ k = \frac{5}{9} & (3) \end{cases}$$

$$(3) \text{ dans } (1) : \frac{3}{2-a} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow 5(2-a) = 27 \Leftrightarrow 10-5a = 27 \Leftrightarrow 5a = -17 \Leftrightarrow a = -\frac{17}{5}$$

$$(3) \text{ dans } (2) : \frac{-4}{-1-b} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow 5(-1-b) = -36 \Leftrightarrow -5-5b = -36 \Leftrightarrow 5b = 31 \Leftrightarrow b = \frac{31}{5}$$

donc $E(-\frac{17}{5}; \frac{31}{5}; 6)$

EXERCICE 08

$$a) AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-3)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{1^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{1+16+4} = \sqrt{21}$$

$$AC = \sqrt{(6-1)^2 + (-3-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{5^2 + (-6)^2 + 1^2} = \sqrt{25+36+1} = \sqrt{62}$$

$$BC = \sqrt{(6-2)^2 + (-3+1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{16+4+1} = \sqrt{21}$$

donc $AB = BC$ et le triangle est isocèle de sommet principal B. Il n'est pas équilatéral.

$$b) DE = \sqrt{(3-1)^2 + (6-3)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$$

$$EF = \sqrt{(0-3)^2 + (4-6)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{9+4+4} = \sqrt{17}$$

$$DF = \sqrt{(0-1)^2 + (4-3)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

on remarque que $EF^2 = DE^2 + DF^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en D.

EXERCICE 09

a) A, B et C sont alignés

 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{AC} sont colinéaires $\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1+4 \\ -1-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 2+4 \\ -3-1 \\ 4-2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 6k \\ -2 = -4k \\ 1 = 2k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Donc A, B et C sont alignés.

b) A, D et E sont alignés

 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}$ et \overrightarrow{AE} sont colinéaires $\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AE}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -5+4 \\ 6-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 4+4 \\ 0-1 \\ 4-2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 8k \\ 5 = -k \\ -1 = 2k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{8} \\ k = -5 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Donc A, D et E ne sont pas alignés.

c) (CD) et (EB) sont parallèles

 $\Leftrightarrow \overrightarrow{CD}$ et \overrightarrow{EB} sont colinéaires $\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{EB}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -5-2 \\ 6+3 \\ 1-4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -1-4 \\ -1-0 \\ 3-4 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7 = -5k \\ 9 = -k \\ -3 = -k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{7}{5} \\ k = -9 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Donc (CD) et (EB) pas parallèles.

d) (AB) et (DE) sont parallèles

 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{DE} sont colinéaires $\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DE}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1+4 \\ -1-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 4+5 \\ 0-6 \\ 4-1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 9k \\ -2 = -6k \\ 1 = 3k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ k = \frac{1}{3} \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Donc (AB) et (DE) sont parallèles.

e) (AB) et (FG) sont parallèles

 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{FG} sont colinéaires $\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{FG}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1+4 \\ -1-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x+2 \\ 2-y \\ -3-1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = k(x+2) \\ -2 = k(2-y) \\ 1 = -4k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{x+2} & (1) \\ k = \frac{-2}{2-y} & (2) \\ k = -\frac{1}{4} & (3) \end{cases}$$

$$(3) \text{ dans } (1): \frac{3}{x+2} = -\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x+2 = -12$$

$$\Leftrightarrow x = -14$$

$$(3) \text{ dans } (2): \frac{-2}{2-y} = -\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2-y = 8$$

$$\Leftrightarrow y = -6$$

donc F(-2; -6; 1) et G(-14; 2; -3).

EXERCICE 10

$$1^\circ \text{ ABCD est un parallélogramme } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4-3 \\ 1-2 \\ 3+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-x_D \\ -1-y_D \\ 2-z_D \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 = 2-x_D \\ -1 = -1-y_D \\ 4 = 2-z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = 0 \\ z_D = -2 \end{cases}$$

donc D(9 ; 0 ; -2).

$$2^\circ \text{ EFGH est un parallélogramme } \Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3-2 \\ -4-1 \\ 6-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+3 \\ 4-3 \\ 8-2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 = 3 & \text{non!} \\ -5 = 1 & \text{non!} \\ 3 = 6 & \text{non!} \end{cases}$$

donc EFGH n'est pas un parallélogramme.

$$3^\circ \text{ a) } I\left(\frac{2-3}{2}; \frac{1-4}{2}; \frac{3+6}{2}\right) \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right), \quad J\left(\frac{-3+0}{2}; \frac{-4+4}{2}; \frac{6+8}{2}\right) \Rightarrow J\left(-\frac{3}{2}; 0; 7\right)$$

$$K\left(\frac{0-3}{2}; \frac{4+3}{2}; \frac{8+2}{2}\right) \Rightarrow K\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}; 5\right) \text{ et } L\left(\frac{-3+2}{2}; \frac{3+1}{2}; \frac{2+3}{2}\right) \Rightarrow L\left(-\frac{1}{2}; 2; \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{b) IJKL est un parallélogramme} \Leftrightarrow \vec{IJ} = \vec{LK} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \\ 0 + \frac{3}{2} \\ 7 - \frac{9}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} - 2 \\ 5 - \frac{5}{2} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -1 & \text{oui!} \\ \frac{3}{2} = \frac{3}{2} & \text{oui!} \\ \frac{5}{2} = \frac{5}{2} & \text{oui!} \end{cases} \quad \text{donc IJKL est un parallélogramme.}$$

c) (IJ) et (EG) sont parallèles

$\Leftrightarrow \vec{IJ}$ et \vec{EG} sont colinéaires

$\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \vec{IJ} = k\vec{EG}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 0-2 \\ 4-1 \\ 8-3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -2k \\ \frac{3}{2} = 3k \\ \frac{5}{2} = 5k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

donc (IJ) et (EG) sont parallèles.

EXERCICE 299

N.B. : Changer l'énoncé en « Démontre que **ABDC** est un parallélogramme. »

$$\text{ABDC est un parallélogramme} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1-3 \\ 3+2 \\ -2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-4 \\ 4+1 \\ 4-2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -2 & \text{oui!} \\ 5 = 5 & \text{oui!} \\ 2 = 2 & \text{oui!} \end{cases}$$

EXERCICE 301

$$1) \vec{AB} + \vec{CD} : \begin{pmatrix} -4-3 \\ 0+2 \\ -2-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3-3 \\ 4+1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7-6 \\ 2+5 \\ -6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 7 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$2) -\vec{AC} + 2\vec{AD} : -\begin{pmatrix} 3-3 \\ -1+2 \\ 2-4 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -3-3 \\ 4+2 \\ 1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-12 \\ -1+12 \\ 2-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$3) 2\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{CD} : 2\begin{pmatrix} -4-3 \\ 0+2 \\ -2-4 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 3+3 \\ -1-4 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14-2 \\ 4+\frac{5}{3} \\ -12-\frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ \frac{17}{3} \\ -\frac{37}{3} \end{pmatrix}$$

$$4) \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{DB}) - \frac{3}{2}(2\vec{DC}) = \frac{1}{2}\vec{BC} - \frac{1}{2}\vec{DB} - 3\vec{DC} :$$

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3+4 \\ -1-0 \\ 2+2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -4+3 \\ 0-4 \\ -2-1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 3+3 \\ -1-4 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} + \frac{1}{2} - 18 \\ -\frac{1}{2} + 2 + 15 \\ 2 + \frac{3}{2} - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ \frac{33}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

EXERCICE 302

1) M, N et P sont alignés

$\Leftrightarrow \vec{MN}$ et \vec{MP} sont colinéaires

$$\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \vec{MN} = k\vec{MP} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1-3 \\ 3+2 \\ -2+4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -9-3 \\ 13+2 \\ 2+4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -12k \\ 5 = 15k \\ 2 = 6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{6} \\ k = \frac{1}{3} \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

donc M, N et P ne sont pas alignés.

2) M, N et P sont alignés

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}$ et \overrightarrow{MP} sont colinéaires

$$\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{MP} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1-5 \\ 0-2 \\ 2+4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -11-5 \\ -4-2 \\ 12+4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = -16k \\ -2 = -6k \\ 6 = 16k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{8} \\ k = \frac{1}{3} \\ k = \frac{3}{8} \end{cases}$$

donc M, N et P ne sont pas alignés.

EXERCICE 303

AB et CD sont colinéaires

$$\Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}) \quad \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ a-1 \\ 6 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 6k \\ a-1 = 4k \\ 6 = -12k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \quad (1) \\ k = \frac{a-1}{4} \quad (2) \\ k = -\frac{1}{2} \quad (3) \end{cases}$$

$$(1) \text{ dans } (2) : -\frac{1}{2} = \frac{a-1}{4} \Leftrightarrow -4 = 2(a-1) \Leftrightarrow -4 = 2a-2 \Leftrightarrow a = -1$$

EXERCICE 304

$$M\left(\frac{-2+0}{2}; \frac{1+1}{2}; \frac{3-2}{2}\right) \Rightarrow M\left(-1; 1; \frac{1}{2}\right), \quad P\left(\frac{-3+4}{2}; \frac{0-4}{2}; \frac{2+5}{2}\right) \Rightarrow P\left(\frac{1}{2}; -2; \frac{7}{2}\right)$$

$$\text{longueur du segment [MP]} = MP = \sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2 + (-2-1)^2 + \left(\frac{7}{2}-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}+9+9} = \sqrt{\frac{9+36+36}{4}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$$

EXERCICE 310

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -2-4 \\ 1-a \\ c-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b-1 \\ 3-1 \\ -10+2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = b-1 \\ 1-a = 2 \\ c-5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 \\ a = -1 \\ c = -3 \end{cases}$$

EXERCICE 316

$$\overrightarrow{MK} = 2\overrightarrow{LM} - 3\overrightarrow{KL}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3-x_M \\ -2-y_M \\ 1-z_M \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x_M-1 \\ y_M-3 \\ z_M+2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1-3 \\ 3+2 \\ -2-1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x_M = 2x_M-2+6 \\ -2-y_M = 2y_M-6-15 \\ 1-z_M = 2z_M+4+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -1 \\ 3y_M = 19 \\ 3z_M = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -\frac{1}{3} \\ y_M = \frac{19}{3} \\ z_M = -4 \end{cases}$$

$$\text{Donc } M\left(-\frac{1}{3}; \frac{19}{3}; -4\right)$$