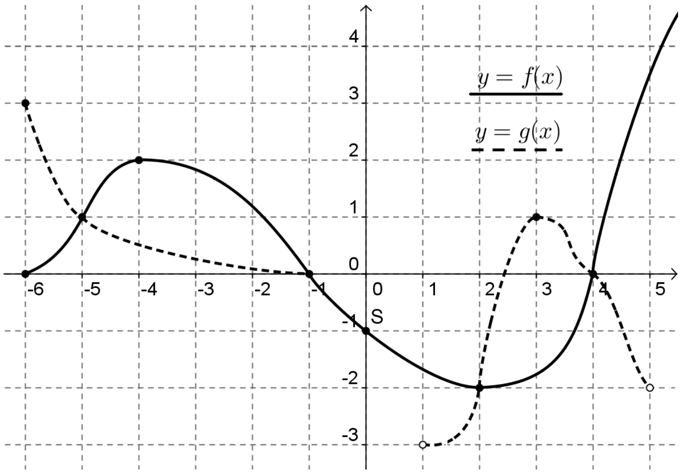
2G – Devoir en classe de mathématiques I,1

Exercice 1

Sur le graphique ci-contre se trouvent les graphes de deux fonctions f et g.



1° a) Déterminer dom f et im f.
b) Est-ce que f est bornée ? Expliquer.
c) Est-ce que -3 est un minorant de f ?
d) Quelles sont les racines de f.
e) Résoudre graphiquement : $f(x) \geq 0$.

2° a) Déterminer dom g et im g.
b) Sur quel(s) intervalle(s) g est-elle décroissante ?
c) Résoudre graphiquement : $g(x) + 2 \leq 0$.
d) Résoudre graphiquement : $f(x) \geq g(x)$.

Exercice 2

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{3x+4}{2x-1}}$ b) $f(x) = \dfrac{-\sqrt{3x+4}}{7\sqrt{2x-1}}$

Exercice 3

Est-ce que dans les cas suivants, f = g ?

a) $f(x) = \sqrt{x^2} + 5$ et $g(x) = 5 + x$

b) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x+1}}$ et $g(x) = \dfrac{x - 2\sqrt{x+1} + 1}{x+1}$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{2x+5}{x+3}$

a) Déterminer dom f.
b) Écrire f(x) sous la forme $f(x) = m + \dfrac{n}{x+p}$, où m, n et p sont des constantes à déterminer.
c) Indiquer les équations des asymptotes du graphe de f.
d) Tracer les asymptotes et le graphe de f dans le même repère.

Exercice 5

Soit les fonctions suivantes : $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 3x - 28}$ et $g(x) = \sqrt{x}$.

a) Déterminer dom f et dom g.
b) Déterminer dom $(f \circ g)$, puis $(f \circ g)(x)$.
c) Déterminer dom $(g \circ f)$, puis $(g \circ f)(x)$.

Exercice 6

Décomposer les fonctions suivantes en composée de fonctions usuelles* :

a) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 7}$ b) $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{2x+1} - 7} + 5$

*fonctions usuelles : $x \mapsto ax + b$ $x \mapsto x^2$ $x \mapsto \sqrt{x}$ $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ $x \mapsto |x|$

2G – Devoir en classe de mathématiques I,2

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{-x-1}{x-1}}$ b) $g(x) = -4\sqrt{3-x} + 2\sqrt{2x+1} + 4\sqrt{3}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{-x^2-2x+24}{x^2+2x-15}$.

a) Déterminer dom f.

b) Calculer les limites aux bornes de ce domaine et en donner une interprétation graphique.

c) Faire une <u>esquisse</u> du graphe de f avec les informations du b).

Exercice 3

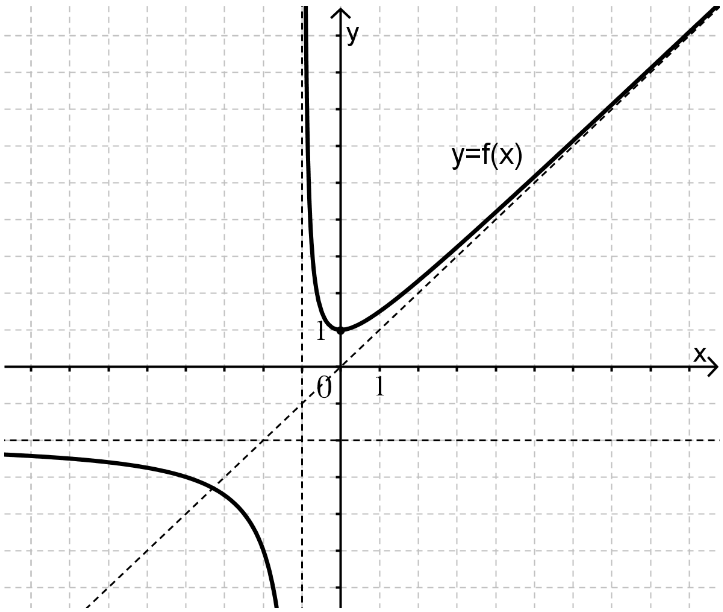
Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^3-x^2-20x+36}{x^2+3x-10}$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

b) Montrer que le graphe de f admet une asymptote oblique et en déterminer une équation.

Exercice 4

Voici le graphe d'une fonction f. →



a) Déterminer dom f et im f.

b) Déterminer, si possible, les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

c) Indiquer l'équation et le genre de toutes les asymptotes.

2G – Devoir en classe de mathématiques I,3

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition de la fonction suivante : $f(x) = \sqrt{\frac{-1-3x}{4x-1}} + \frac{\sqrt{x}}{2}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur IR \ { −4 ; 1 } par $f(x) = \frac{2x^2+3x-4}{x^2+3x-4}$.

a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to 1} f(x)$ et en donner une interprétation graphique.

c) Déterminer la fonction dérivée f'.

Exercice 3

Déterminer le domaine de définition dom f, le domaine de dérivation dom f' et la fonction dérivée f' des fonctions suivantes. Simplifier le résultat (dénominateur commun, factoriser…).

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x + 2\sqrt{3}$

b) $f(x) = -5(7x^2+4)^4 + 7$

c) $f(x) = \frac{-3}{(5x+2)^2}$

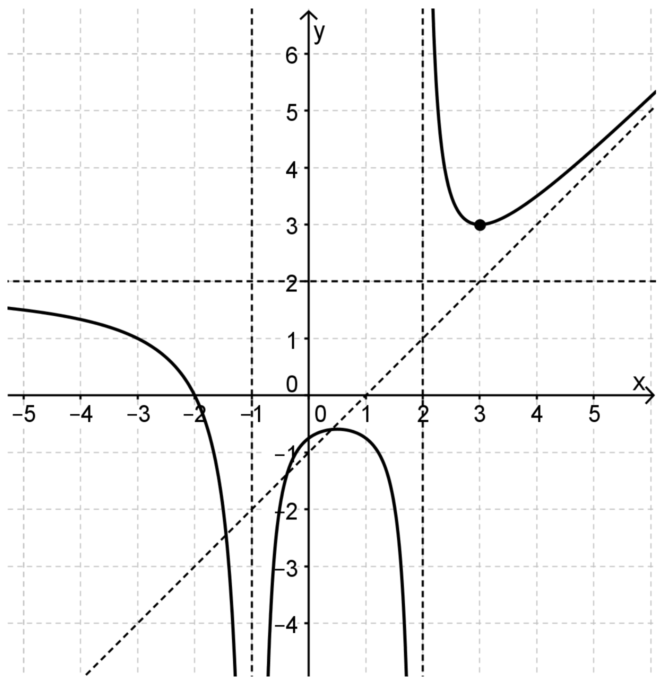
d) $f(x) = \frac{5+2x}{1-3x}$

e) $f(x) = 2x^2\sqrt{x+1}$

f) $f(x) = \sqrt{x^2-4x-21}$

Exercice 4

Voici le graphe d'une fonction f. →



a) Déterminer dom f et im f.

b) Déterminer, si possible, les limites suivantes :

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to 2^+} f(x)$, $\lim_{x\to 2} f(x)$

$\lim_{x\to -1} f(x)$, $\lim_{x\to 3} f(x)$

c) Indiquer l'équation et le genre de toutes les asymptotes.

2G – Devoir en classe de mathématiques II,1

Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4x^2 - 8x - 5}{x^2 - 2x - 8}$.

a) Déterminer le domaine de définition dom f et le domaine de dérivation dom f'.
b) Calculer les limites aux bornes du domaine et en déduire la présence d'éventuelles asymptotes.
c) Calculer la fonction dérivée f'.
d) Dresser le tableau des variations de la fonction f.
e) Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes du repère.
f) Représenter graphiquement la fonction f et ses asymptotes dans un repère orthonormé.

Exercice 2

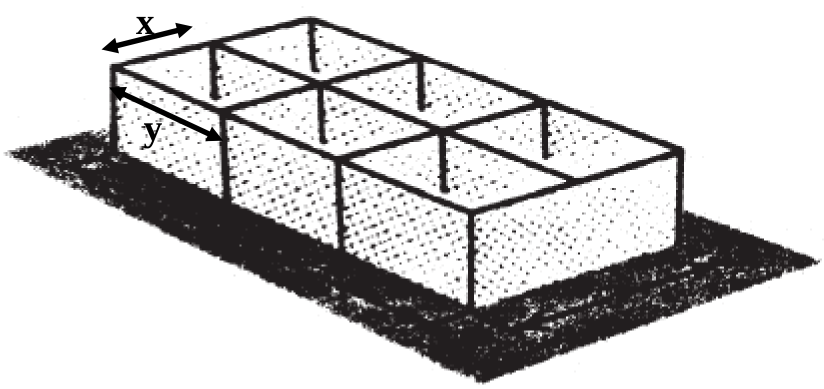
Un marchand de fraises vend ses fraises à 5,40 € le kilo. Il vend 75 kilos par jour.
Il a remarqué que chaque fois qu'il baisse le prix de 0,20 €, il vendrait 5 kilos de plus.
a) Quelle est sa recette journalière quand il vend ses fraises à 5,40 € le kilo ? à 5,20 € le kilo ? à 4 € le kilo ?
b) Montrer que la recette journalière R(p) en fonction de p est donnée par $R(p) = -25p^2 + 210p$.
c) Quel doit être le prix pour réaliser une recette maximale ? Quelle est cette recette maximale ?

Exercice 3

On dispose de 288 m de clôture grillagée pour construire 6 cages identiques de démonstration pour un zoo, assemblées selon le schéma ci-dessous.

a) Montrer que la surface au sol d'<u>une</u> cage a une aire de $S(x) = \dfrac{288x - 8x^2}{9}$. À quel intervalle appartient x ?

b) Quelles dimensions faut-il donner à ces cages afin de maximiser leur surface au sol ? Quelle est alors la surface maximale ?

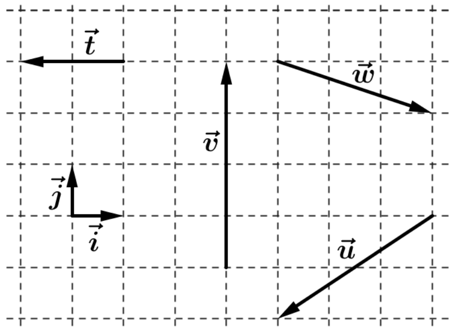


2G – Devoir en classe de mathématiques II,2

Exercice 1

$\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ est une base orthonormée.

Indiquer les coordonnées des vecteurs $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$.



Exercice 2

L'espace est muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit les points S(4 ; −2 ; 1), T(−3 ; 2 ; 0), U(−2 ; 1 ; 5) et V(2 ; −3 ; 2).

a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = 2\overrightarrow{ST} - 3\overrightarrow{UV}$.

b) Déterminer les coordonnées du point W afin que $3\overrightarrow{TW} - \overrightarrow{US} = \vec{0}$

Exercice 3

L'espace est muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit les points I(1 ; 3 ; −2), J(3 ; −1 ; −1), K(4 ; 2 ; −3) et L(6 ; −2 ; −2).
a) Est-ce que IJKL est un parallélogramme ?
b) Déterminer les coordonnées du point M afin que IKJM soit un parallélogramme.

Exercice 4

L'espace est muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit les points P(3 ; 1 ; −5), Q(5 ; 5 ; −1) et R(7 ; 3 ; −9).
1° Déterminer la nature du triangle PQR.
2° Soit A le milieu de [PQ] et B le milieu de [PR]. Est-ce que les droites (AB) et (QR) sont parallèles ?

Exercice 5

L'espace est muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Déterminer les réels a et b afin que les points D(−3 ; 2 ; 4), E(1 ; 3 ; −7) et F(a ; b ; −3) soient alignés.