

### 1 Résolution d'une équation du second degré

#### EXERCICE 01

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- a)  $x^2 - 16 = 0$       d)  $-2x^2 + 16 = 0$       g)  $x^2 + 2x + 1 = 0$   
 b)  $3x^2 - 27 = 0$       e)  $x^2 + 5x = 0$       h)  $x^2 + 4x + 3 = 0$   
 c)  $5x^2 + 5 = 0$       f)  $3x^2 - 7x = 0$       i)  $4x^2 - 12x - 7 = 0$

On remarque qu'on peut résoudre les équations du second degré en utilisant les identités remarquables et en utilisant la règle du produit nul. Mais parfois, surtout quand il faut d'abord chercher le complément quadratique, le calcul est assez long (et pénible). Une autre méthode serait la bienvenue...

#### Résolution générale de $ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$ )

- calcul du discriminant:  $\Delta = b^2 - 4ac$
- 3 cas :
  - si  $\Delta > 0 \rightarrow 2$  solutions  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
  - si  $\Delta = 0 \rightarrow 1$  solution  $x_0 = \frac{-b}{2a}$
  - si  $\Delta < 0 \rightarrow$  pas de solution

Dans un souci de complétude, voici la démonstration du résultat précédent :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left[\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{4ac}{4a^2}\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] = 0 \quad (*)$$

Maintenant on distingue 3 cas :

- si  $\Delta > 0$ , alors  $\frac{\Delta}{4a^2} > 0$

$$\text{donc } (*) \Leftrightarrow a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right]\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = 0 \text{ ou } x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ou } x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si  $\Delta = 0$ , alors  $\frac{\Delta}{4a^2} = 0$

$$\text{donc } (*) \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

- si  $\Delta < 0$ , alors  $\frac{\Delta}{4a^2} < 0$

$$(*) \Leftrightarrow a\left[\underbrace{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2}_{>0} - \underbrace{\frac{\Delta}{4a^2}}_{>0}\right] = 0 \text{ impossible.}$$

#### Exemples :

- $x^2 + 5x + 4 = 0$

$$a = 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9 \rightarrow 2 \text{ solutions}$$

$$b = 5 \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 + 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 - 3}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$c = 4 \quad \text{donc } S = \{-4; -1\}$$

- $x^2 + 2x - 2 = 0$

$$a = 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12 \rightarrow 2 \text{ solutions}$$

$$b = 2 \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(-1 + \sqrt{3})}{2} = -1 + \sqrt{3} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$c = -2 \quad \text{donc } S = \{-1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}\}$$

(Remarque :  $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ )

$$\bullet 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} a = 4 & \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16 - 16 = 0 \rightarrow 1 \text{ solution} \\ b = -4 & \\ c = 1 & x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ & \text{donc } S = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \end{array}$$

$$\bullet x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} a = 1 & \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4 \rightarrow \text{pas de solution} \\ b = 4 & \\ c = 5 & \text{donc } S = \{ \} \end{array}$$

→ Exercices 8 et 9 page 119

## 2 Factorisation d'une expression du second degré

### EXERCICE 02

Trouver dans IR les racines des expressions suivantes ensuite dire lesquelles des expressions proposées sont égales.

|                         |                                |                                 |                       |
|-------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------|
| 1° a) $x^2 - x - 6$     | b) $(x + 2)(x - 3)$            | c) $3(x - 1)(x + 5)$            |                       |
| 2° a) $3x^2 + 12x - 15$ | b) $(x - 1)(x + 5)$            | c) $2(x + \frac{1}{2})(x - 3)$  |                       |
| 3° a) $2x^2 - 5x - 3$   | b) $(2x + 1)(x - 3)$           | c) $9(x + \frac{1}{3})^2$       | d) $(3x + 1)^2$       |
| 4° a) $9x^2 + 6x + 1$   | b) $(x + \frac{1}{3})^2$       | c) $-4(x - \frac{3}{4})(x + 1)$ | d) $(-4x + 3)(x + 1)$ |
| 4° a) $-4x^2 - x + 3$   | b) $4(x - \frac{3}{4})(x + 1)$ |                                 |                       |

### Factorisation de $ax^2 + bx + c$

|                   |                            |   |
|-------------------|----------------------------|---|
| - si $\Delta > 0$ | → 2 racines $x_1$ et $x_2$ | → $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$     |
| - si $\Delta = 0$ | → 1 solution               | → $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$            |
| - si $\Delta < 0$ | → pas de solution          | → on ne peut pas factoriser $ax^2 + bx + c$ |

Application : simplification de fractions

### Exemple :

Simplifier la fraction  $\frac{3x^2 - 4x - 4}{-3x^2 + 7x - 2}$

$$\begin{array}{l|l} 3x^2 - 4x - 4 & \\ a = 3 & \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 16 + 48 = 64 \\ b = -4 & \\ c = -4 & x_1 = \frac{4+8}{2 \cdot 3} = \frac{12}{6} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{4-8}{2 \cdot 3} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} -3x^2 + 7x - 2 & \\ a = -3 & \Delta = 7^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2) = 49 - 24 = 25 \\ b = 7 & \\ c = -2 & x_1 = \frac{-7+5}{2 \cdot (-3)} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3} \text{ et } x_2 = \frac{-7-5}{2 \cdot (-3)} = \frac{-12}{-6} = 2 \end{array}$$

$$\text{donc } \frac{3x^2 - 4x - 4}{-3x^2 + 7x - 2} = \frac{3(x-2)(x+\frac{2}{3})}{-3(x-\frac{1}{3})(x-2)} = \frac{3(x+\frac{2}{3})}{-3(x-\frac{1}{3})} = \frac{3x+2}{-3x+1}$$

→ Exercice 10 page 119

Mettre «  $f(x) =$  » devant chaque expression et changer l'énoncé en : « Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes, puis simplifier. »

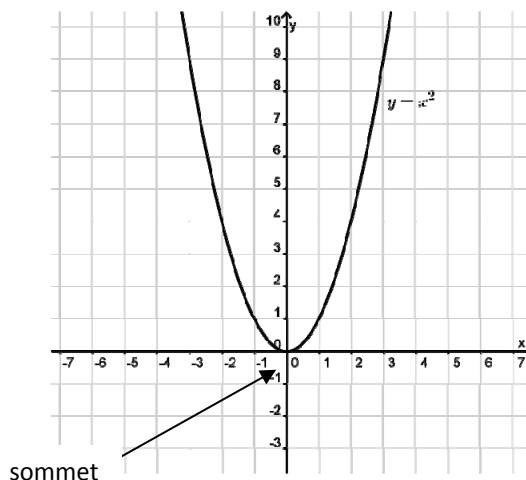
### 3 Analyse des fonctions du type $f(x) = a(x + m)^2 + n$ (avec $a \neq 0$ )

#### 3.1 La fonction $f(x) = x^2$

tableau des valeurs:

| x            | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--------------|----|----|----|---|---|---|---|
| $f(x) = x^2$ | 9  | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 | 9 |

|             |              |
|-------------|--------------|
| équation :  | $y = x^2$    |
| concavité : | vers le haut |
| sommet :    | (0 ; 0)      |
| racine(s) : | 0            |



Ce type de courbe est appelé **parabole**.

Toute fonction du second degré admet une parabole comme graphe.

#### 3.2 Les fonctions $f(x) = ax^2$ (avec $a \neq 0$ )

→ présentation GeoGebra

|             | $a < 0$     | $a > 0$      |
|-------------|-------------|--------------|
| équation :  | $y = ax^2$  |              |
| concavité : | vers le bas | vers le haut |
| sommet :    | (0 ; 0)     |              |
| racine(s) : | 0           |              |

Allure de la courbe :

plus  $|a|$  est grand, plus la courbe est **fermée** et donc plus  $|a|$  est petit, plus la courbe est **ouverte**.

Remarque :

$|a|$  est la valeur absolue du nombre  $a$  : c'est le nombre sans son signe.

Exemples :  $|3| = 3$  ;  $|-4| = 4$  ;  $|0| = 0$  ;  $|-1001| = 1001$  ;  $|3,14| = 3,14$

#### 3.3 Les fonctions $f(x) = x^2 + n$

→ présentation GeoGebra

|             | $n < 0$                     | $n = 0$ | $n > 0$ |
|-------------|-----------------------------|---------|---------|
| équation :  | $y = x^2 + n$               |         |         |
| concavité : | vers le haut                |         |         |
| sommet :    | (0 ; n)                     |         |         |
| racine(s) : | $\sqrt{-n}$<br>$-\sqrt{-n}$ | 0       | aucune  |
| allure :    | celle de $y = x^2$          |         |         |

#### 3.4 Les fonctions $f(x) = (x + m)^2$

→ présentation GeoGebra

|             |                    |
|-------------|--------------------|
| équation :  | $y = (x + m)^2$    |
| concavité : | vers le haut       |
| sommet :    | (-m ; 0)           |
| racine(s) : | -m                 |
| allure :    | celle de $y = x^2$ |

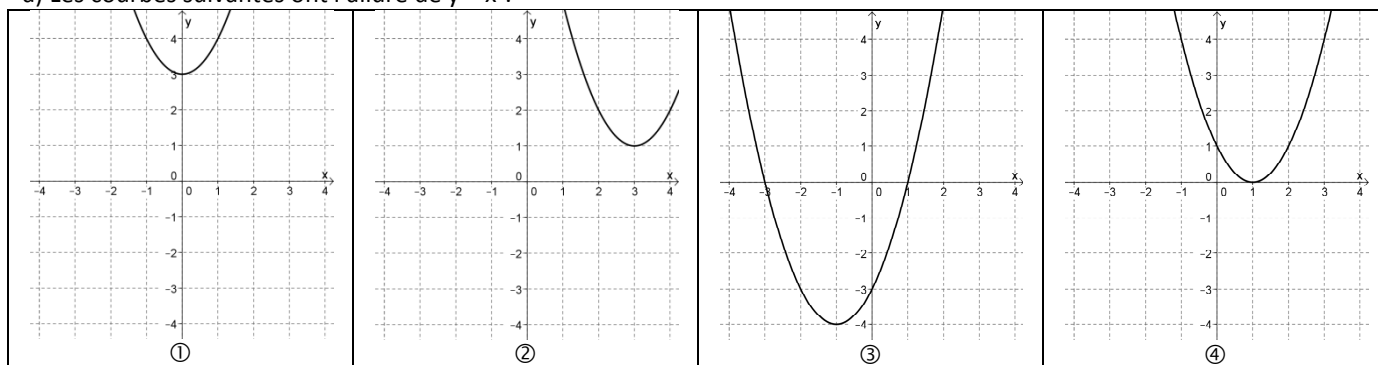
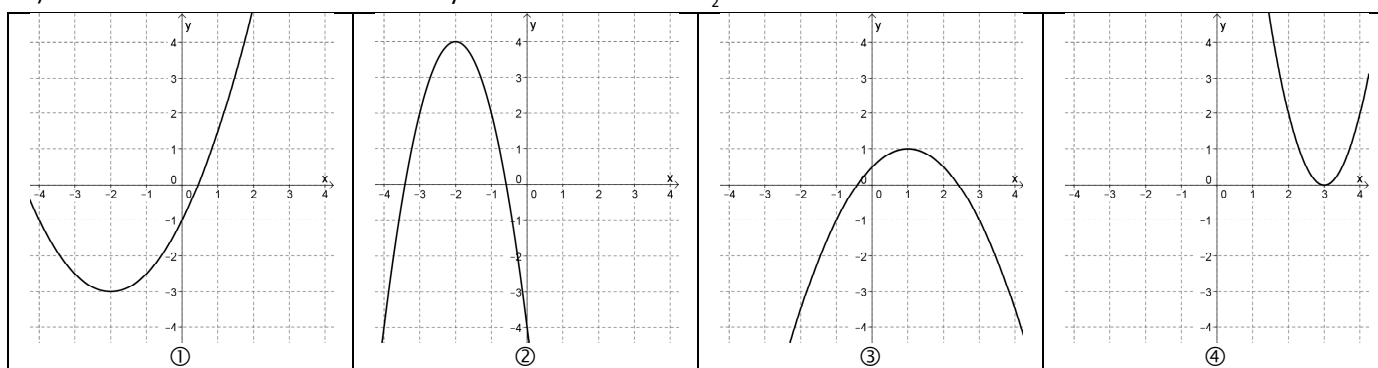
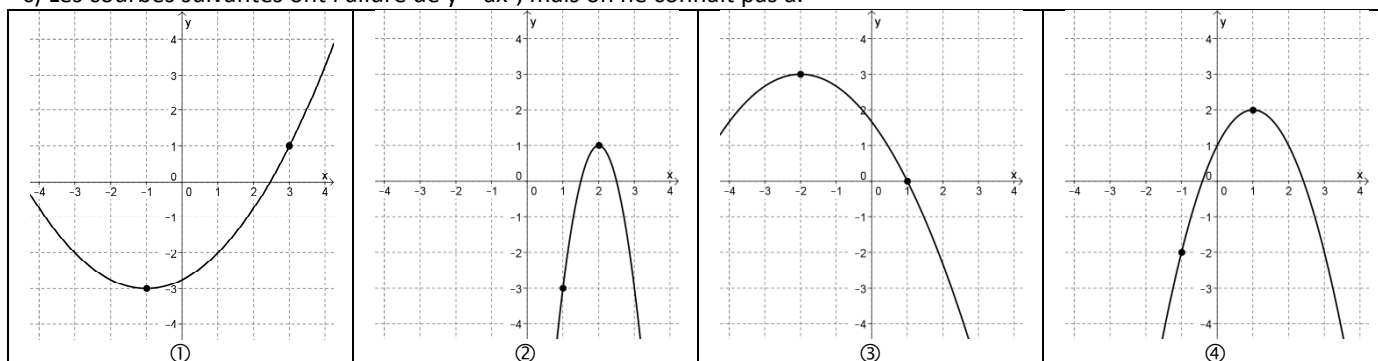
**3.5 Les fonctions  $f(x) = a(x + m)^2 + n$  (avec  $a \neq 0$ )**

→ présentation GeoGebra

|                       | a < 0                         |       |       | a > 0        |       |       |
|-----------------------|-------------------------------|-------|-------|--------------|-------|-------|
|                       | n < 0                         | n = 0 | n > 0 | n < 0        | n = 0 | n > 0 |
| équation :            | y = a(x + m) <sup>2</sup> + n |       |       |              |       |       |
| concavité :           | vers le bas                   |       |       | vers le haut |       |       |
| sommet :              | (-m ; n)                      |       |       |              |       |       |
| nombre de racine(s) : | 0                             | 1     | 2     | 2            | 1     | 0     |
| allure :              | celle de y = ax <sup>2</sup>  |       |       |              |       |       |

**EXERCICE 03**

Attribuer à chaque représentation graphique la bonne fonction.

 a) Les courbes suivantes ont l'allure de  $y = x^2$ .

 b) Les courbes suivantes ont l'allure de  $y = ax^2$  avec  $a = \pm 2$  ou  $\pm \frac{1}{2}$ .

 c) Les courbes suivantes ont l'allure de  $y = ax^2$ , mais on ne connaît pas  $a$ .




**4 Analyse des fonctions du type  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (avec  $a \neq 0$ )**
**a) allure et concavité**

 déterminée par  $a$ 
**b) racines et intersection avec l'axe des  $x$** 

 Les racines sont déterminées algébriquement (par exemple en utilisant la méthode générale de résolution des équations du second degré). Les racines sont aussi les abscisses des points d'intersection avec l'axe des  $x$ .

**c) sommet**

Une parabole admet un axe de symétrie vertical, donc le sommet se trouve sur cet axe.

L'abscisse du sommet peut être obtenue par les calculs suivants :

 on calcule le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ 

 • si  $\Delta > 0 \rightarrow 2$  racines  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ 

 L'axe de symétrie est à égale distance des points d'intersection avec l'axe des  $x$ .

Donc l'abscisse du sommet est la moyenne des deux racines.

$$\text{Donc } x_s = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \left( \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{4a} = \frac{-b}{2a}$$

 • si  $\Delta = 0 \rightarrow 1$  racine  $x_0 = \frac{-b}{2a}$ . C'est aussi l'abscisse du sommet  $x_s$ .

 • si  $\Delta < 0 \rightarrow$  pas de racine. On admet qu'on a aussi  $x_s = \frac{-b}{2a}$ .

 L'ordonnée du sommet se calcule avec  $y_s = f(x_s)$ .

**d) intersection avec l'axe des  $y$** 
 $f(0) = c$ , donc le point d'intersection avec l'axe des  $y$  est  $(0 ; c)$ .

**e) exemple :**  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 

 • allure : celle de  $y = x^2$ 

• concavité : vers le haut

• racines :

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$a = 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 \rightarrow 2 \text{ racines}$$

$$b = 4 \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 + 2}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 - 2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

 $\rightarrow (-1; 0) \text{ et } (-3; 0)$ 

• sommet :

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2 \quad y_s = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$

 $\rightarrow S(-2 ; -1)$ 

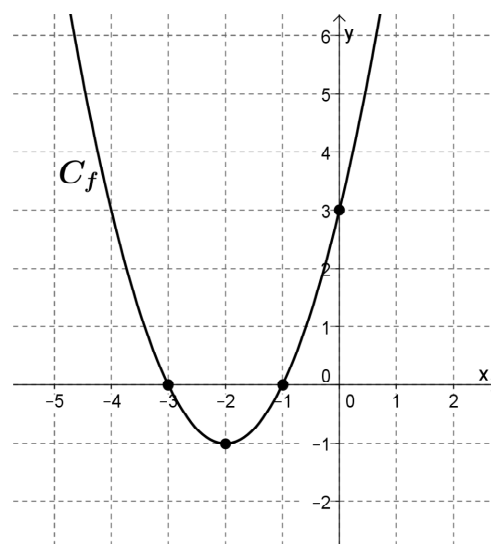
 • intersection avec l'axe des  $y$  :

$$f(0) = 3 \rightarrow (0 ; 3)$$

• tableau des valeurs

|                        |    |    |    |    |    |   |   |
|------------------------|----|----|----|----|----|---|---|
| valeurs déjà calculées |    |    |    |    |    |   |   |
| $x$                    | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 |
| $f(x)$                 | 8  | 3  | 0  | -1 | 0  | 3 | 8 |

↑ sommet au « milieu »



**EXERCICE 04**

Déterminer le sommet et les points d'intersection avec les axes des courbes des fonctions suivantes, puis tracer la courbe C.

- a)  $f(x) = x^2 - 2x - 3$   
 b)  $g(x) = x^2 + 4x$   
 c)  $h(x) = -x^2 - 4x - 3$   
 d)  $i(x) = x^2 + 4x + 5$   
 e)  $j(x) = 0,5x^2 + 2x + 4$   
 f)  $k(x) = -0,5x^2 + x - 0,5$

corrigé:

|    | $C \cap (Ox)$ |        | sommet  | $C \cap (Oy)$ |
|----|---------------|--------|---------|---------------|
| a) | (3;0)         | (-1;0) | (1;-4)  | (0;-3)        |
| b) | (0;0)         | (-4;0) | (-2;-4) | (0;0)         |
| c) | (-3;0)        | (-1;0) | (-2;1)  | (0;-3)        |
| d) |               |        | (-2;1)  | (0;5)         |
| e) |               |        | (-2;2)  | (0;4)         |
| f) | (1;0)         |        | (1;0)   | (0;-0,5)      |

**Corrigé des exercices du livre****Exercice 8 page 119**

|                     |  |   |
|---------------------|--|---|
| 1) $S = \{-1; -2\}$ | 5) $S = \left\{ \frac{4}{3}; -\frac{1}{2} \right\}$                    | 9) $S = \{5 + 2\sqrt{3}; 5 - 2\sqrt{3}\}$ |
| 2) $S = \{-1; -3\}$ | 6) $S = \left\{ \frac{3}{4}; -\frac{4}{3} \right\}$                    | 10) $S = \{4; 7\}$                        |
| 3) $S = \{4; -1\}$  | 7) $S = \left\{ \frac{2+\sqrt{10}}{3}; \frac{2-\sqrt{10}}{3} \right\}$ | 11) $S = \{5; -7\}$                       |
| 4) $S = \{6; 3\}$   | 8) $S = \{1; -6\}$   | 12) $S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$     |

**Exercice 9 page 119**

|  |  |   |
|--|--|---|
| 1) $S = \{ \}$   | 6) $S = \{-1 + \sqrt{6}; -1 - \sqrt{6}\}$                                    | 11) $S = \left\{ \frac{-1+\sqrt{13}}{6}; \frac{-1-\sqrt{13}}{6} \right\}$ |
| 2) $S = \left\{ \frac{-3+\sqrt{13}}{2}; \frac{-3-\sqrt{13}}{2} \right\}$ | 7) $S = \left\{ \frac{2+\sqrt{14}}{5}; \frac{2-\sqrt{14}}{5} \right\}$       | 12) $S = \left\{ \frac{3+\sqrt{13}}{2}; \frac{3-\sqrt{13}}{2} \right\}$   |
| 3) $S = \left\{ \frac{-3+\sqrt{17}}{4}; \frac{-3-\sqrt{17}}{4} \right\}$ | 8) $S = \left\{ \frac{-7+\sqrt{129}}{10}; \frac{-7-\sqrt{129}}{10} \right\}$ | 13) $S = \{5; -4\}$   |
| 4) $S = \{-2 + \sqrt{5}; -2 - \sqrt{5}\}$                                | 9) $S = \left\{ \frac{1+\sqrt{33}}{8}; \frac{1-\sqrt{33}}{8} \right\}$       | 14) $S = \{1; 0\}$  |
| 5) $S = \left\{ \frac{5+\sqrt{17}}{2}; \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right\}$   | 10) $S = \{-25 + 25\sqrt{337}; -25 - 25\sqrt{337}\}$                         | 15) $S = \{6; -10\}$  |

**Exercice 10 page 119**

- 1)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; -3\}$ ;  $f(x) = \frac{x-2}{2}$   
 2)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1; -3\}$ ;  $f(x) = \frac{2x-6}{x-1}$   
 3)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ;  $f(x) = 4x + 12$   
 4)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ ;  $f(x) = \frac{2}{3}x$   
 5)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$ ;  $f(x) = \frac{1}{x+3}$   
 6)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ;  $f(x) = \frac{x-1}{2}$   
 7)  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3; -5\}$ ;  $f(x) = \frac{3}{2}$

**Corrigé Exercice 03 – feuille 4 (exemples non traités en classe)**

c) ② Le sommet de la parabole est (2 ; 1), donc l'équation de la courbe est  $y = a(x - 2)^2 + 1$

De plus, le point (1 ; -3) appartient à la courbe, donc :

$$-3 = a(1 - 2)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow -3 = a + 1$$

$$\Leftrightarrow a = -4$$

$$\text{donc } y = -4(x - 2)^2 + 1 \quad [y = -4(x^2 - 4x + 4) + 1 = -4x^2 + 16x - 15]$$

③ Le sommet de la parabole est (-2 ; 3), donc l'équation de la courbe est  $y = a(x + 2)^2 + 3$

De plus, le point (1 ; 0) appartient à la courbe, donc :

$$0 = a(1 + 2)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow 0 = 9a + 3$$

$$\Leftrightarrow 9a = -3$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$\text{donc } y = -\frac{1}{3}(x + 2)^2 + 3 \quad [y = -\frac{1}{3}(x^2 + 4x + 4) + 3 = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}]$$

④ Le sommet de la parabole est (1 ; 2), donc l'équation de la courbe est  $y = a(x - 1)^2 + 2$

De plus, le point (-1 ; -2) appartient à la courbe, donc :

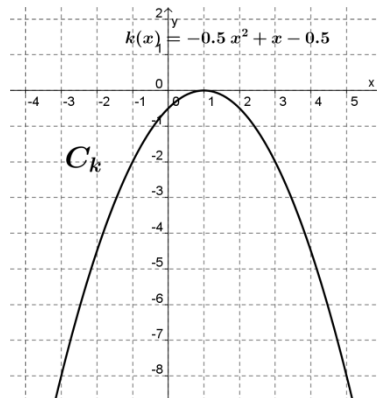
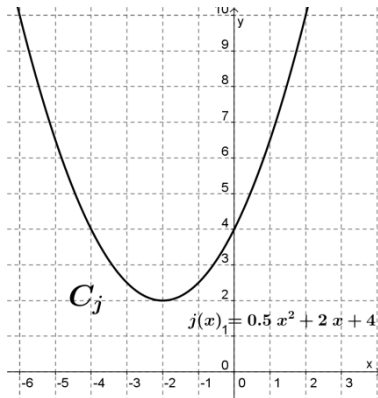
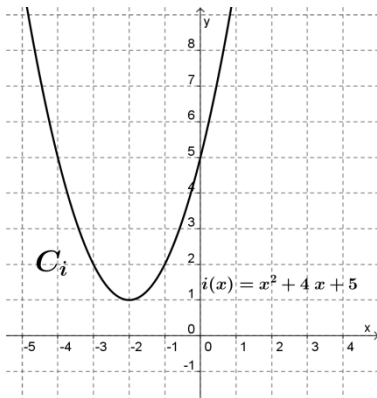
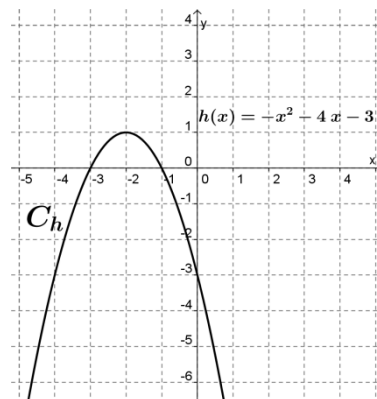
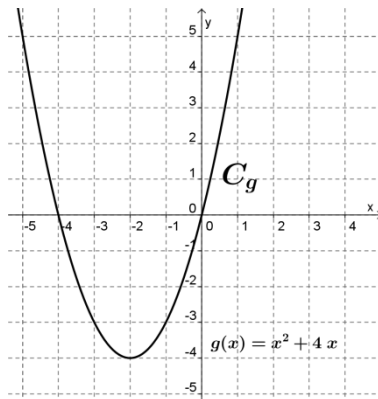
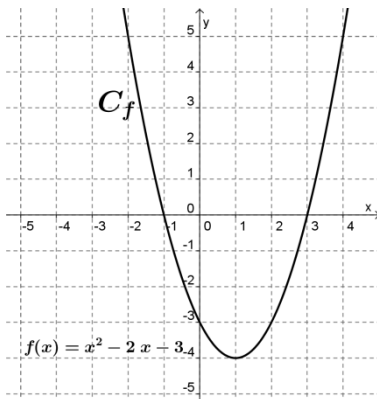
$$-2 = a(-1 - 1)^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow -2 = 4a + 2$$

$$\Leftrightarrow a = -1$$

$$\Leftrightarrow a = -1$$

$$\text{donc } y = -(x - 1)^2 + 2 \quad [y = -(x^2 - 2x + 1) + 2 = -x^2 + 2x + 1]$$

**Corrigé Exercice 04 – feuille 5 (représentations graphiques)**

**EXERCICE 05**

Un industriel fabrique des parapluies qu'il vend à 4 € par pièce aux commerçants. Pour produire  $q$  parapluies par jour, les coûts en € s'élèvent à  $C(q) = 0,005q^2 + 0,44q + 512$ .

- Exprimer le bénéfice  $B(q)$  réalisé par le commerçant en fonction de  $q$ .
- Combien de parapluies doit-il fabriquer par jour pour que ce bénéfice soit maximal ?

**EXERCICE 06**

Si un fermier de riz effectue sa récolte de riz aujourd'hui, il obtiendra 1200 kg valant 0,40 € le kg. Pour chaque semaine d'attente, la récolte augmente de 100 kg mais le prix baisse de 0,02 € par kg. Quand devrait-il effectuer sa récolte pour maximiser ses bénéfices ?

**EXERCICE 07**

Une entreprise fabrique et vend des sacs de sport. Le coût de fabrication de chaque article est de 2 € et les frais fixes s'élèvent à 864 € pour l'ensemble de la production.

- Combien coûte la production de 100 sacs ?
  - Déterminer la fonction coût  $C$ , où  $C(q)$  indique le prix de la production de  $q$  sacs.
- Une étude de marché a montré que pour un prix de vente de  $p$  € par sac, le nombre de sacs demandés et vendus est de  $D(p) = 288 - 12p$  (avec  $p$  appartenant à  $[5 ; 24]$ ).
  - Exprimer la recette  $R(p)$  en fonction de  $p$  si tous les sacs sont vendus.
  - Exprimer le bénéfice  $B(p)$  en fonction de  $p$  si tous les sacs sont vendus.
  - Pour quel prix ce bénéfice est-il maximal ? Combien de sacs a-t-on alors vendus ?

**EXERCICE 08**

Un éditeur offre un magazine d'information au prix d'abonnement annuel de 60 €. 5000 personnes ont un tel abonnement. Chaque année, l'éditeur a 20000 € de coûts et aussi 10 € de coûts par abonnement.

- Quel est le bénéfice réalisé en un an ?
- Une étude de marché a montré que si l'on baisse le prix de l'abonnement de 1 €, alors 200 personnes de plus s'abonneraient au magazine.
- Déterminer la fonction affine  $D$  qui exprime le nombre d'abonnements vendus  $D(p)$  en fonction du prix  $p$ .
  - Exprimer le bénéfice réalisé  $B(p)$  en fonction du prix  $p$ .
  - Pour quelle valeur de  $p$ , le bénéfice est-il maximal ?

**EXERCICE 09**

Un marchand de fraises vend ses fraises à 5,40 € le kilo. Il vend 75 kilos par jour. Il a remarqué que chaque fois qu'il baisse le prix de 0,20 €, il vendrait 5 kilos de plus. Quel doit être le prix pour réaliser une recette maximale ? Quelle est cette recette maximale ?

**EXERCICE 10**

Un dispose de 288 m de clôture grillagée pour construire 6 cages identiques de démonstration pour un zoo, assemblées selon le schéma ci-dessous.

Quelles dimensions faut-il donner à ces cages afin de maximiser leur surface au sol ? Quelle est alors la surface maximale ?

