3G – Corrigé du devoir en classe de mathématiques I,1

Exercice 1

a) $-2 + 4x + 5 = 3x - 7 + x$

$\Leftrightarrow 3 + 4x = -7 + 4x$

$\Leftrightarrow 3 = -7$

impossible $S = \emptyset$

b) $(3x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = (2x + 1)(2x - 1) + x(x + 3)$

$\Leftrightarrow (9x^2 + 6x + 1) - (4x^2 - 12x + 9) = (4x^2 - 1) + (x^2 + 3x)$

$\Leftrightarrow 9x^2 + 6x + 1 - 4x^2 + 12x - 9 = 4x^2 - 1 + x^2 + 3x$

$\Leftrightarrow 5x^2 + 18x - 8 = 5x^2 + 3x - 1$

$\Leftrightarrow 15x = 7$

$\Leftrightarrow x = \frac{7}{15}$ $\qquad S = \{\frac{7}{15}\}$

c) $\frac{4x}{2x+1} - \frac{x+1}{x-3} = 1$ $\qquad$ cond.: $2x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{1}{2}$

et $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

$\Leftrightarrow \frac{4x(x-3)}{(2x+1)(x-3)} - \frac{(2x+1)(x+1)}{(2x+1)(x-3)} = \frac{(2x+1)(x-3)}{(2x+1)(x-3)} \quad |\cdot(2x+1)(x-3)$

$\Leftrightarrow (4x^2 - 12x) - (2x^2 + 2x + x + 1) = 2x^2 - 6x + x - 3$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x - 2x^2 - 3x - 1 = 2x^2 - 5x - 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 15x - 1 = 2x^2 - 5x - 3 \qquad |-2x^2 + 5x + 1$

$\Leftrightarrow -15x + 5x = -3 + 1$

$\Leftrightarrow -10x = -2$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-10} = \frac{1}{5}$ $\qquad S = \left\{\frac{1}{5}\right\}$

Exercice 2

a) $m = \frac{2}{x-1} \qquad |\cdot(x-1)$

$\Leftrightarrow m(x-1) = 2 \qquad |:m$

$\Leftrightarrow x - 1 = \frac{2}{m} \qquad |+1$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{m} + 1$

b) $z = -\frac{1}{2}gt^2 \qquad |\cdot(-2)$

$\Leftrightarrow -2z = gt^2$

$\Leftrightarrow \frac{-2z}{g} = t^2$

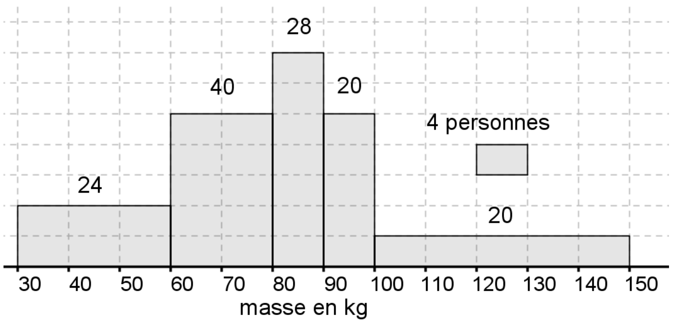
$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{-2z}{g}}$

Exercice 3

a) Il s'agit d'un caractère quantitatif continu.

b) $\bar{x} = \frac{24\cdot45 + 40\cdot70 + 28\cdot85 + 20\cdot95 + 20\cdot125}{132} = \frac{10660}{132} = \frac{2665}{33} \approx 80{,}76\text{ kg}$

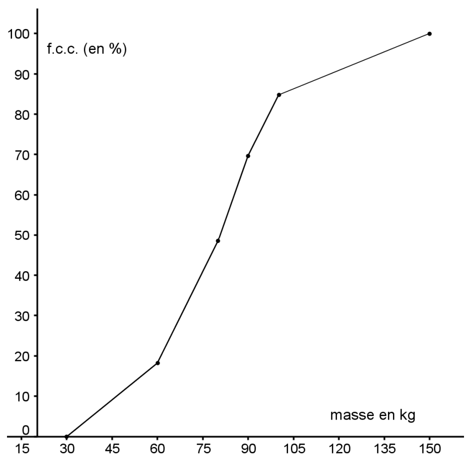
c)



d)

masse en kg <	30	60	80	90	100	150
f.c.c. en %	0	18,2	48,5	69,7	84,8	100

e)



Exercice 4

valeurs ordonnées: 20 23 23 32 34 **43** **45** 49 51 54 56 56

médiane: $\frac{43+45}{2} = 44$

moyenne: $\frac{20+23+23+32+34+43+45+49+51+54+56+56}{12} = 40{,}5$

étendue: $56 - 20 = 36$

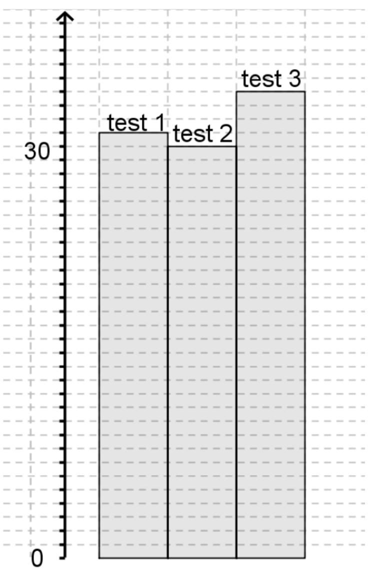
Exercice 5

	… la moyenne	… la médiane	… l'étendue
Si on ajoute 3 à toutes les valeurs d'une série statistique, alors…	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue	❑ augmente ☑ reste la même ❑ diminue
Si on multiplie par 2 toutes les valeurs d'une série statistique, alors…	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue
Si on multiplie la plus grande valeur d'une série statistique par 3, alors…	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue	❑ augmente ☑ reste la même ❑ diminue	☑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue
Si on enlève la plus grande et la plus petite valeur d'une série, alors…	❑ augmente ❑ reste la même ❑ diminue	❑ augmente ☑ reste la même ❑ diminue	❑ augmente ❑ reste la même ☑ diminue

Exercice 6

la médiane vaut 9 :	_ _ _ **9** _ _ _
on place les trois petites valeurs au hasard :	**6 7 8** 9 _ _ _
on place le maximum : min + étendue = 19 :	6 7 8 9 _ _ **19**
moyenne = 11, donc total = 7 · 11 = 77,	
il reste 77 – 6 – 7 – 8 – 9 – 19 = 28 :	6 7 8 9 **13 15** 19

Exercice 7



évolution de ma note en maths

a) L'axe des y ne commence pas par 0, mais par 29, de sorte qu'une augmentation de 4 points multiplie la hauteur de la barre par 5.
Si on commence l'axe des y par 0, le progrès est moins spectaculaire.

b) Si on veut lui faire peur, on lui indique la moyenne car celle-ci est assez grande vu le très grand joueur.
Si on veut surprendre l'adversaire, on lui indique la médiane qui est « normale ».

3G – Corrigé du devoir en classe de mathématiques I,2

Exercice 1

a) $4(1-5x)-(3x+1)\cdot 2 = x-5(7-2x)$
$\Leftrightarrow 4-20x-6x-2 = x-35+10x$
$\Leftrightarrow 2-26x = 11x-35 \qquad | +26x\ +35$
$\Leftrightarrow 37 = 37x \qquad | :37$
$\Leftrightarrow x = 1 \qquad S = \{1\}$

b) $3(2x+1)^2 + (2-3x)(2+3x) = x^2-(x+5)(1-2x)$
$\Leftrightarrow 3(4x^2+4x+1)+(4-9x^2) = x^2-(x+5-2x^2-10x)$
$\Leftrightarrow 12x^2+12x+3+4-9x^2 = x^2+9x-5+2x^2$
$\Leftrightarrow 3x^2+12x+7 = 3x^2+9x-5 \qquad |-3x^2-9x-7$
$\Leftrightarrow 3x = -12 \qquad |:3$
$\Leftrightarrow x = -4 \qquad S = \{-4\}$

c) $\dfrac{4x+1}{5}-\dfrac{3x-2}{2}=-3$
$\Leftrightarrow \dfrac{2(4x+1)}{10}-\dfrac{5(3x-2)}{10}=-\dfrac{30}{10} \qquad |\cdot 10$
$\Leftrightarrow 8x+2-15x+10=-30$
$\Leftrightarrow -7x+12=-30 \qquad |-12$
$\Leftrightarrow -7x=-42 \qquad |:(-7)$
$\Leftrightarrow x=6 \qquad S=\{6\}$

Exercice 2

a) $a=\dfrac{l_1+l_2}{2}\cdot h \qquad |\cdot 2$
$\Leftrightarrow 2a=(l_1+l_2)\cdot h \qquad |:(l_1+l_2)$
$\Leftrightarrow h=\dfrac{2a}{l_1+l_2}$

b) $e=\dfrac{x+y}{y} \qquad |\cdot y$
$\Leftrightarrow ey=x+y \qquad |-y$
$\Leftrightarrow ey-y=x$
$\Leftrightarrow y(e-1)=x \qquad |:(e-1)$
$\Leftrightarrow y=\dfrac{x}{e-1}$

Exercice 3

a) 63 + 15 + 4 + 1 = 83. L'effectif total vaut 83.
b) $\bar{v}=\dfrac{63\cdot 25+15\cdot 62{,}5+4\cdot 87{,}5+1\cdot 125}{83}\simeq 36{,}0\,\text{km/h}$
La vitesse moyenne vaut environ 36 km/h.
c) 50 % de 50 km/h = 25 km/h. On compte donc les conducteurs, qui ont roulé à 75 km/h ou plus : 4 + 1 = 5
Le pourcentage vaut 5 : 83 ≈ 0,060 = 6,0 %.

Exercice 4

série dans l'ordre : 3,0 3,9 4,0 4,2 5,5 **5,5** 5,9 6,2 6,3 6,5 6,9
médiane : 5,5
moyenne : 57,9 : 11 ≈ 5,26
1° Faux ! La médiane vaut 5,5 et la moyenne 5,26.
2° a) Vrai ! La médiane vaut alors 5,6.
b) Faux ! La somme et donc la moyenne des valeurs reste la même.
c) Faux ! L'étendue vaut 6,9 – 3,0 = 3,9 dans les deux cas.

Exercice 5

a) 0,2 · 0,45 · 600 = 54. 54 filles portent des lunettes.
b) 54 : 600 = 0,09. 9 % des élèves du lycée sont des filles qui portent des lunettes.

Exercice 6

1° 12300 · 1,21 = 14883. Le prix TTC de la voiture est de 14883 €.
2° 2327,50 : 0,19 = 12250. Le prix HT était de 12250 €.
3° (18418,40 – 15400) : 15400 = 0,196. Le taux de TVA est donc de 19,6 %. On a acheté la voiture en France.

Exercice 7

a) $11500 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}06 = 12677{,}60$. Après la deuxième hausse, le prix est de 12677,60 €.
b) $1{,}04 \cdot 1{,}06 = 1{,}1024$. L'augmentation totale est de 10,24 %.
c) $12677{,}60 - 11500 = 1177{,}6$ donc on se demande : 1177,6 = ? % de 12677,60
$1177{,}6 : 12677{,}60 = 0{,}0929$. Après une baisse de 9,29 %, on retrouve le prix de départ.

Exercice 8

$x \cdot 0{,}6 = 45$ donc $x = 45 : 0{,}6 = 75$. Le pull a coûté 75 € avant les soldes.

Exercice 9

$1{,}15 \cdot (1 + 0{,}01t) = 1{,}426$
$\Leftrightarrow 1{,}15 + 0{,}0115t = 1{,}426$
$\Leftrightarrow 0{,}0115t = 0{,}276$
$\Leftrightarrow t = 0{,}276 : 0{,}0115 \approx 24$
Le taux t vaut 24.

Exercice 10

a) La phrase B ne fait pas de sens. Une quantité ne peut pas diminuer de plus de 100 %.
b) « La population du village a triplé en 5 ans. »

Question subsidiaire

On peut interpréter les chiffres de la Serbie p.ex. comme suit :
23 % des femmes ne subissent que des violences physiques
6 % des femmes ne subissent que des violences sexuelles
24 % des femmes subissent des violences physiques et sexuelles
→ Ce sont donc trois groupes bien distincts. Une femme subissant des violences n'est donc que dans un seul des trois groupes. Cela est possible, car le total ne dépasse pas 100%.

Mais cette interprétation n'est pas possible avec, p.ex. les chiffres de l'Éthiopie :
49 % des femmes subissent des violences physiques
59 % des femmes subissent des violences sexuelles
71 % des femmes subissent des violences physiques et sexuelles
→ Le total des trois nombres dépasse 100 %, donc il faut que des femmes fassent partie de deux de ces trois groupes. Mais alors, si une femme fait partie du 3e groupe, elle doit aussi faire partie due 1er et du 2e groupe. Donc il faut avoir au moins 71 % dans les deux premiers groupes. Ce n'est pas le cas !!!

3G – Corrigé du devoir en classe de mathématiques II,1

Exercice 1

1° a) $y = kx$ $\qquad$ $(5\,;\,2) \in d$, donc $2 = k\cdot 5 \Leftrightarrow k = 0{,}4$ $\quad\rightarrow$ $\mathbf{y = 0{,}4x}$

b) $p = \dfrac{9-3}{2-(-1)} = \dfrac{6}{3} = 2$ donc $y = 2x + q$ $\qquad$ $(-1\,;\,3) \in d$, donc $3 = 2\cdot(-1) + q \Leftrightarrow q = 5$ $\quad\rightarrow$ $\mathbf{y = 2x + 5}$

c) $\mathbf{y = 3x - 4}$

2° d_1 : $\mathbf{y = 3}$; d_2 : $\mathbf{y = -2x}$ et d_3 : $\mathbf{y = 0{,}5x - 1}$ (lecture graphique)

Exercice 2

a)

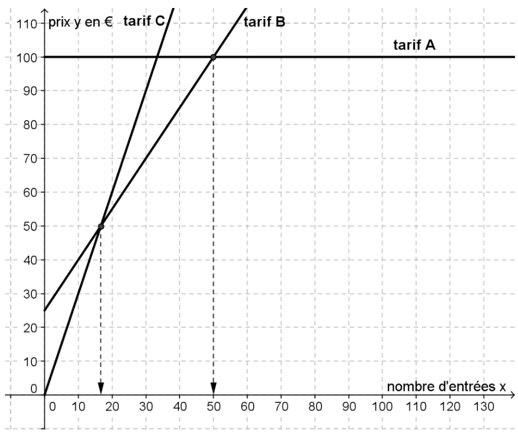
x	−2	−1	0	1	2
y = 0,5x – 4	−5	−4,5	−4	−3,5	−3

b) avec l'axe des x : $f(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}5x - 4 = 0 \Leftrightarrow 0{,}5x = 4 \Leftrightarrow x = 8$ $\quad\rightarrow$ **(8 ; 0)**
avec l'axe des y : $f(0) = -4$ $\quad\rightarrow$ **(0 ; −4)**
c) $y = 0{,}5x - 4 \Leftrightarrow y + 4 = 0{,}5x \Leftrightarrow 2y + 8 = x$ $\quad\rightarrow$ $\mathbf{x = 2y + 8}$

Exercice 3

a) $f(x) = 100$ / $g(x) = 1{,}5x + 25$ / $h(x) = 3x$

b) →



c) entre 0 et 17 entrées par an : tarif C
entre 17 et 50 entrées par an : tarif B
plus de 50 entrées par an : tarif A

d) $f(x) < g(x)$
$\Leftrightarrow 100 < 1{,}5x + 25 \quad | -25$
$\Leftrightarrow 75 < 1{,}5x \quad | : 1{,}5$
$\Leftrightarrow x > 50$
à partir de 50 entrées, A est moins cher que B

$g(x) < h(x)$
$\Leftrightarrow 1{,}5x + 25 < 3x \quad | -1{,}5x$
$\Leftrightarrow 25 < 1{,}5x \quad | : 1{,}5$
$\Leftrightarrow x > 25 : 1{,}5 \approx 16{,}6$
à partir de 17 entrées, B est moins cher que C

Exercice 4

a) $$\begin{cases} \dfrac{x}{4} + \dfrac{y-3}{2} = x - 1 & | \cdot 4 \\ \dfrac{x+1}{6} - \dfrac{2-y}{2} = \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{3} & | \cdot 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2(y-3) = 4x - 4 \\ 2(x+1) - 6(2-y) = 3x + 4y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - 6 = 4x - 4 \\ 2x + 2 - 12 + 6y = 3x + 4y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 2y = 2 & | \cdot (-1) \\ -x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -2 & (1) \\ -x + y = 10 & (2) \end{cases}$$

(1) + (2) : $2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$ (3)

(3) dans (1) : $-12 + 2y = 2 \Leftrightarrow 2y = 14 \Leftrightarrow y = 7$

$S = \{(4;7)\}$

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{x^2-7} - 4\sqrt{7-3y} = -7 & (1) \\ \dfrac{6}{x^2-7} + 2\sqrt{7-3y} = 7 & (2) \end{cases}$

Posons t = $\dfrac{1}{x^2-7}$ et u = $\sqrt{7-3y}$.

On obtient : $\begin{cases} 2t-4u=-7 \\ 6t+2u=7 \quad |\cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-4u=-7 & (1) \\ 12t+4u=14 & (2) \end{cases}$

(1) + (2) : 14t = 7 $\Leftrightarrow$ t = 0,5 (3)

(3) dans (2) : 12·0,5 + 4u = 14 $\Leftrightarrow$ 4u = 14 – 6 = 8 $\Leftrightarrow$ u = 2

Revenons en arrière :

si t = 0,5, alors $\dfrac{1}{x^2-7}$ = 0,5 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{2}{x^2-7}$ = 1 $\Leftrightarrow$ 2 = x^2 – 7 $\Leftrightarrow$ x^2 = 9 donc x = 3 ou x = – 3.

si u = 2, alors $\sqrt{7-3y}$ = 2 $\Leftrightarrow$ 7 – 3y = 4 $\Leftrightarrow$ 3y = 3 $\Leftrightarrow$ y = 1

S = { (3 ; 1) , (−3 ; 1) }

Exercice 5

Soit x le prix d'un ticket pour un adulte et y le prix d'un ticket pour un enfant.

On a : $\begin{cases} 8x+3y=39{,}50 \quad |\cdot(-3) \\ 7x+9y=50{,}50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -24x-9y=-118{,}50 & (1) \\ 7x+9y=50{,}50 & (2) \end{cases}$

(1) + (2) : −17x = −68 $\Leftrightarrow$ x = 4 (3)

(3) dans (2) : 7·4 + 9y = 50,50 $\Leftrightarrow$ 9y = 50,50 – 28 = 22,50 $\Leftrightarrow$ y = 2,5

Un ticket pour une adulte coûte 4 € et un ticket pour un enfant coûte 2,5 €.

Exercice 6

$\begin{cases} x+y=80000 \\ 0{,}03x+0{,}02y=1925 \end{cases}$

3G – Corrigé du devoir en classe de mathématiques II,2

Exercice 1

1° a) y = kx   et   (2 ; -1500) $\in$ (d), donc −1500 = k·2 $\Leftrightarrow$ k = −750   → **y = -750x**

b) $p = \dfrac{3500-1250}{8-(-1)} = \dfrac{2250}{9} = 250$ donc y = 250x + q

(−1 ; 1250) $\in$ (d), donc 1250 = 250·(−1) + q $\Leftrightarrow$ q = 1500   → **y = 250x + 1500**

2° d_1 : **x = 4** ; d_2 : $\mathbf{y = -\dfrac{1}{4}x + 1}$ et d_3 : **y = 3x − 2**   (lecture graphique)

Exercice 2

a) $\begin{cases} 4x-2y=6 \\ y=2x-3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y=6 \\ -2x+y=-3 \quad |\cdot 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y=6 \quad (1) \\ -4x+2y=-6 \ (2) \end{cases}$

(1) + (2) : 0 = 0, donc le système est indéterminé.

S = {(x ; 2x − 3) | x $\in \mathbb{R}$}

b) $\begin{cases} 2(-2x+1)+5y=-3(4x+1)-y \\ 2x-4(1-y)=3x+5(y-1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x+2+5y=-12x-3-y \\ 2x-4+4y=3x+5y-5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x+6y=-5 \\ -x-y=-1 \quad |\cdot 6 \quad (*) \end{cases}$

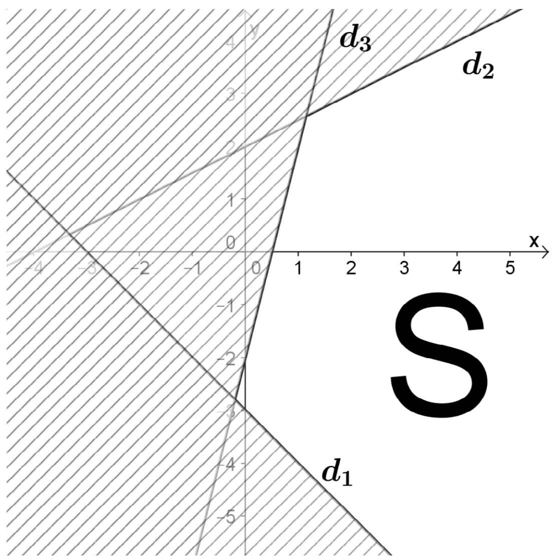
$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x+6y=-5 \quad (1) \\ -6x-6y=-6 \quad (2) \end{cases}$

(1) + (2) : 2x = −11 $\Leftrightarrow$ x = −5,5 (3)
(3) dans (*) : 5,5 − y = −1 $\Leftrightarrow$ y = 5,5 + 1 = 6,5

S = {(−5,5 ; 6,5)}

Exercice 3

$\begin{cases} x+y>-3 \\ x-2y>-4 \\ 4x-y>2 \end{cases}$



(d_1): x + y = −3 $\Leftrightarrow$ y = −x − 3
(d_2): x − 2y = − 4 $\Leftrightarrow$ 2y = x + 4 $\Leftrightarrow$ y = 0,5x + 2
(d_3): 4x − y = 2 $\Leftrightarrow$ y = 4x − 2

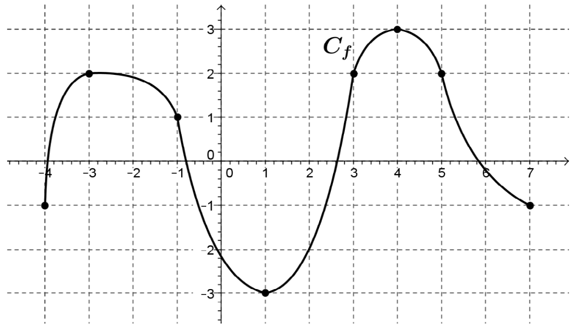
(d_1) x	0	1
y = −x − 3	−3	−4

(d_2) x	0	2
y = 0,5 x + 2	2	3

(d_3) x	0	1
y =4x − 2	−2	2

Testons le point O(0 ; 0) :
(d_1) : 0 + 0 > −3 → O fait partie de la solution
(d_2) : 0 − 2·0 > −4 → O fait partie de la solution
(d_3) : 4·0 − 0 = 0 < 2 → O ne fait pas partie de la solution

Exercice 4



1° a) $D_f = [-4 ; 7]$
b) image : 2 / antécédent : 4
c) ≈−3,9 ; ≈−0,8 ; ≈2,6 ; ≈5,9
d) f est décroissante sur [−3 ; 1] et sur [4 ; 7]
e) $S = [-4 ; -3[\cup]-3 ; 3[\cup]5 ; 7]$

2°

x	-4		-3		1		4		7
f	-1	↗	2	↘	-3	↗	3	↘	-1

Exercice 5

x	-10		-5		-1		2		3
f	8	↘	-4	↗	1	↘	-2	↗	4

1° a) FAUX, car f a 4 racines (une p.ex. entre 2 et 3)
b) f est décroissante sur [−10 ; −5] : $-8 < -6$ donc $f(-6) < f(-8)$ → VRAI
c) $-4 < f(-2) < 1$ donc $f(-2) \neq 2$ → FAUX

2° a) **-2** < f(0) < **1**
b) si $x \in [-10 ; 2]$, alors **−4** ≤ f(x) ≤ **8**
c) Le nombre 2 a **deux** antécédents par f.

Exercice 6

a) $f(-2) = (-2)^2 + 4\cdot(-2) - 1 = 4 - 8 - 1 = -5$

b) $g(x) = -2 \Leftrightarrow 5x - 1 = -2 \Leftrightarrow 5x = -1 \Leftrightarrow x = -0{,}2$

c) condition : $3x^2 - 2x \neq 0$
$\Leftrightarrow x(3x - 2) \neq 0$
$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $3x - 2 \neq 0$
$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq \frac{2}{3}$ donc $D_h = \mathbb{R} \setminus \{0 ; \frac{2}{3}\}$

d) $f(x) = g(x)$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 1 = 5x - 1$
$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$
$\Leftrightarrow x(x - 1) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

$g(0) = -1$ et $g(1) = 4$ → $C_f \cap C_g = \{(0 ; -1) ; (1 ; 4)\}$

e) $h(x) = 0$
$\Leftrightarrow 3x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow 3x = -2$
$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$

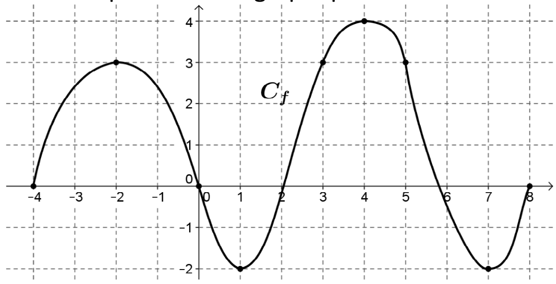
Question subsidiaire

$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x < 2 \\ y > -2 \end{cases}$$

3G – Corrigé du devoir en classe de mathématiques II,3

Exercice 1

Voici la représentation graphique d'une fonction f.



a) Déterminer le domaine de f. → $[-4\ ;\ 8]$

b) Quelle est l'image de 1 par f ? → $f(1) = -2$

c) Combien de racines a la fonction f ? → f a cinq racines

d) Sur quels intervalles, la fonction f est-elle décroissante ? → sur $[-2\ ;\ 1]$ et sur $[4\ ;\ 7]$

e) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 3$. → $S = [3\ ;\ 5] \cup \{-2\}$

f) Indiquer tous les nombres qui ont exactement deux antécédents par f. → x tel que $x \in]3\ ;\ 4[\cup \{-2\}$

g) Existe-t-il des nombres x tels que $f(x) = x$? Si oui, lesquels ? → 0, 3 et 4, car $f(0) = 0$, $f(3) = 3$ et $f(4) = 4$

Exercice 2

a) $x^2 + 4x + 1 = 0$

$a = 1$, $b = 4$, $c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 16 - 4 = 12$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4+\sqrt{12}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-4+2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2(-2+\sqrt{3})}{2} = -2+\sqrt{3}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4-\sqrt{12}}{2 \cdot 1} = -2-\sqrt{3}$

donc $S = \{-2+\sqrt{3} ; -2-\sqrt{3}\}$

b) $(3x + 2)(2x - 5) = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 2 = 0$ ou $2x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = -2$ $\quad \Leftrightarrow 2x = 5$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{3}$ $\quad \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$ $\qquad S = \{-\dfrac{2}{3}\ ;\ \dfrac{5}{2}\}$

c) $2x^2 = 7x$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 7 = 0$

$\Leftrightarrow x(2x - 7) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{7}{2}$

$S = \{0\ ;\ \dfrac{7}{2}\}$

d) $3x + 5 = 4x - 1 \quad | +1$

$\Leftrightarrow 3x + 6 = 4x \quad | -3x$

$\Leftrightarrow 6 = x$

$S = \{6\}$

e) $5 + 4x^2 = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 = -5$

impossible !

$S = \{\ \}$

Exercice 3

Simplifier la fraction suivante : $\dfrac{3x^2 - 5x - 2}{3x^2 + 4x + 1} = \dfrac{\cancel{3}\cancel{(x+\frac{1}{3})}(x-2)}{\cancel{3}(x+1)\cancel{(x+\frac{1}{3})}} = \dfrac{x-2}{x+1}$

$3x^2 - 5x - 2$

$a = 3$, $b = -5$, $c = -2$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49$

$x_1 = \dfrac{5+7}{2 \cdot 3} = \dfrac{12}{6} = 2$ et $x_2 = \dfrac{5-7}{2 \cdot 3} = \dfrac{-2}{6} = -\dfrac{1}{3}$

$3x^2 + 4x + 1$

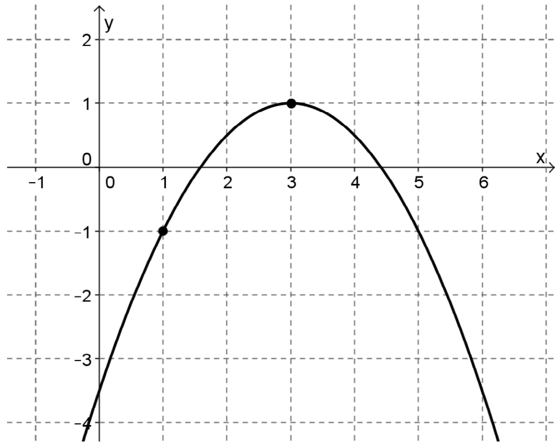
$a = 3$, $b = 4$, $c = 1$

$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$

$x_1 = \dfrac{-4+2}{2 \cdot 3} = \dfrac{-2}{6} = -\dfrac{1}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-4-2}{2 \cdot 3} = \dfrac{-6}{6} = -1$

Exercice 4

Déterminer une équation de la parabole ci-contre →



Le sommet de la parabole est (3 ; 1), donc l'équation de la courbe est
$y = a(x-3)^2 + 1$
De plus, le point (1 ; –1) appartient à la courbe, donc :
$-1 = a(1-3)^2 + 1$
$\Leftrightarrow -1 = 4a + 1$
$\Leftrightarrow 4a = -2$
$\Leftrightarrow a = -0{,}5$ donc $y = -0{,}5(x-3)^2 + 1$

Exercice 5

Soit la fonction f définie par $f(x) = 0{,}5x^2 + x - 1{,}5$ et soit C_f sa courbe représentative.

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_f avec les axes du repère.

• intersection avec l'axe des x :
$0{,}5x^2 + x - 1{,}5 = 0$

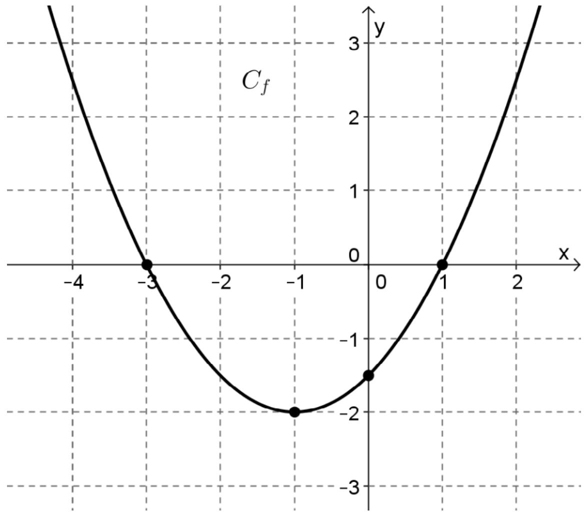
$a = 0{,}5$, $b = 1$, $c = -1{,}5$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-1{,}5) = 1 + 3 = 4$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+\sqrt{4}}{2\cdot 0{,}5} = \dfrac{-1+2}{1} = 1$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-\sqrt{4}}{2\cdot 0{,}5} = \dfrac{-1-2}{1} = -3$

→ (1; 0) et (–3 ; 0)

• intersection avec l'axe des y :
f(0) = –1,5 → (0 ; –1,5)



b) Déterminer les coordonnées du sommet de C_f.

$x_S = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{1}{2\cdot 0{,}5} = -1$ $\quad y_S = f(-1) = 0{,}5\cdot(-1)^2 + (-1) - 1{,}5 = 0{,}5 - 1 - 1{,}5 = -2$

→ S(–1 ; –2)

c) Représenter graphiquement C_f.

tableau des valeurs

x	–4	–3	*–2*	***–1***	*0*	*1*	2
f(x)	2,5	0	*–1,5*	***–2***	*–1,5*	*0*	2,5

Exercice 6

Soit les fonctions f, g et h définies par : $f(x) = x^2 + 4x - 1$, $g(x) = 2x^2 + 5x - 3$ et $h(x) = \dfrac{3x+2}{8x^2+18x-5}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_h de la fonction h.
condition $8x^2 + 18x - 5 \neq 0$

$a = 8$, $b = 18$, $c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac = 18^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-5) = 324 + 160 = 484$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-18+\sqrt{484}}{2\cdot 8} = \dfrac{-18+22}{16} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-18-\sqrt{484}}{2\cdot 8} = \dfrac{-18-22}{16} = -\dfrac{40}{16} = -\dfrac{5}{2}$

$D_h = \mathbb{R} \setminus \{\dfrac{1}{4} ; -\dfrac{5}{2}\}$

b) Déterminer le(s) point(s) d'intersection des graphes des fonctions f et g.
$f(x) = g(x)$
$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x - 3 = x^2 + 4x - 1$
$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$a = 1$, $b = 1$, $c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+\sqrt{9}}{2\cdot 1} = \dfrac{-1+3}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-\sqrt{9}}{2\cdot 1} = \dfrac{-1-3}{2} = -\dfrac{4}{2} = -2$

$f(1) = 2\cdot 1^2 + 5\cdot 1 - 3 = 2 + 5 - 3 = 4$ → (1 ; 4)
$f(-2) = 2\cdot(-2)^2 + 5\cdot(-2) - 3 = 8 - 10 - 3 = -5$ → (–2 ; –5)