CHAPITRE II:

LES NOMBRES POSITIFS

1.ENSEMBLES DE NOMBRES

Définition (ensembles de nombres):

On appelle :
$\mathbb{N}$ l'ensemble des *nombres entiers naturels* (entiers positifs). $\mathbb{N} = \{0;1;2;3;4...\}$
$\mathbb{Z}$ l'ensemble des *nombres entiers relatifs* (entiers positifs et négatifs). $\mathbb{Z} = \{...-3;-2;-1;0;1;2;3...\}$
$\mathbb{D}$ l'ensemble des *nombres décimaux* (nombres à virgule).
$\mathbb{Q}$ l'ensemble des *nombres rationnels* (qui peuvent s'écrire sous forme d'une fraction).
$\mathbb{R}$ l'ensemble des *nombres réels* (tous les nombres).

Remarques:

a) Si l'on accompagne ces ensembles d'une étoile en exposant[1] on obtient le même ensemble sans le nombre 0.

Exemple: $\mathbb{Z}^* = \{...-3;-2;-1;1;2;3...\}$ (on lit: "$\mathbb{Z}$ star")

b) Si l'on accompagne ces ensembles (sauf $\mathbb{N}$) d'un signe + en indice[2], on obtient le même ensemble sans les nombres négatifs.

Exemple : $\mathbb{Z}_+ = \{0;1;2;3;4...\} = \mathbb{N}$

c) Si l'on accompagne ces ensembles (sauf $\mathbb{N}$) d'un signe – en indice[3], on obtient le même ensemble sans les nombres positifs.

Exemple : $\mathbb{Z}_- = \{\ldots-3 ;-2 ;-1 ; 0\}$

d) On a: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exercice :

- $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z} =$
- $\mathbb{R} \cup \mathbb{R}_- =$
- $\mathbb{R}_+ \cup \mathbb{R}_- =$
- $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- =$
- $\mathbb{Q}_+ \cup \mathbb{Q}^* =$
- $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}^* =$

[1] petit * *en haut* derrière le nom de l'ensemble
[2] petit + *en bas* derrière le nom de l'ensemble
[3] petit – *en bas* derrière le nom de l'ensemble

2.ADDITION ET SOUSTRACTION

2.1.Vocabulaire

	signe d'addition		signe d'égalité	
	⇩		⇩	
5	**+**	**7**	**=**	**12**
⇧		⇧		⇧
terme		terme		somme

Nom de l'opération : *addition*
Résultat de l'opération : *somme*

On dit qu'on *effectue* une addition, mais on *calcule* une somme.

	signe de soustraction		signe d'égalité	
	⇩		⇩	
9	**–**	**4**	**=**	**5**
⇧		⇧		⇧
terme		terme		différence

Nom de l'opération : *soustraction*
Résultat de l'opération : *différence*

On dit qu'on *effectue* une soustraction, mais on *calcule* une différence.

2.2.Propriétés[4]

a) Expérience

3 + 5 = 1 + 11 =

5 + 3 = 11 + 1 =

Résultat :

Propriété :
Cette propriété s'appelle la *commutativité*[5].

Énoncé :
L'addition est *commutative* dans |.

Si a et b sont des nombres, alors : $a + b = b + a$.

ou :
Pour tous les nombres a et b, on a : $a + b = b + a$

écriture symbolique[6] : $\boxed{(\forall\ a, b \in |) : a + b = b + a}$

[4] la propriété = die Eigenschaft
[5] vient du latin cum, *avec* et mutare, *changer*. On dit aussi *commuter* : échanger avec, auswechseln.
[6] le symbole ∀ veut dire « pour tout »

b) Question

Est-ce que la soustraction est commutative ?

Expérience :

Résultat :

c) Expérience

(4 + 6) + 5 =	(2 + 7) + 9 =
4 + (6 + 5) =	2 + (7 + 9) =
4 + 6 + 5 =	2 + 7 + 9 =

Résultat :

Propriété :

Cette propriété s'appelle l'*associativité*[7].

Énoncé :

L'addition est *associative* dans |.

Pour tous les nombres a, b et c, on a : (a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c

écriture symbolique : (∀ a, b, c ∈ |) : (a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c

d) Question

Est-ce que la soustraction est associative ?

Expérience :

Résultat :

3.MULTIPLICATION

3.1.Vocabulaire

	signe de multiplication		signe d'égalité	
	⇩		⇩	
3	**.**	**4**	**=**	**12**
⇧		⇧		⇧
facteur		facteur		produit

Nom de l'opération : *multiplication*
Résultat de l'opération : *produit*

On dit qu'on *effectue* une multiplication, mais on *calcule* un produit.

---

[7] vient du latin associare, *joindre, associer, grouper*

3.2. Propriétés

a) Question 1

Est-ce que la multiplication est commutative ?

Expérience :

Résultat :

écriture symbolique :

b) Question 2

Est-ce que la multiplication est associative ?

Expérience :

Résultat :

écriture symbolique :

c) Expérience

$7 \cdot (3 + 5) =$	$(9 + 7) \cdot 2 =$
$7 \cdot 3 + 7 \cdot 5 =$	$9 \cdot 2 + 7 \cdot 2 =$
$2 \cdot (4 + 6) =$	$(3 + 5) \cdot 6 =$
$2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 =$	$3 \cdot 6 + 5 \cdot 6 =$

Propriété :

Cette propriété s'appelle *distributivité*[8] *de la multiplication par rapport à l'addition.*

Exemples :

- $7 \cdot (3 + 5) =$
- $(9 + 7) \cdot 2 =$

Énoncé :

La multiplication est *distributive* par rapport à l'addition dans $\mathbb{N}$.

écriture symbolique : $\boxed{(\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}) : a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad \text{et} \quad (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c}$

[8] penser à distribuer, *verteilen*: la multiplication est distribuée par rapport à l'addition

3.3.Multiples

a) Définitions

Définition (multiple):
Soit a un nombre naturel.
Un nombre naturel est un *multiple* de a s'il peut s'écrire sous la forme $a \cdot n$, n étant un nombre naturel.

Exemples:

- 12 est un multiple de 3 car $12 = 3 \cdot 4$ ($a = 3$ et $n = 4$).
- 182 est un multiple de 13 car $182 = 13 \cdot 14$ ($a = 13$ et $n = 14$).

Remarque:

0 est un multiple de n'importe quel nombre car $0 = a \cdot 0$.
Cela reste aussi vrai si a est un nombre réel.

Définition (ensemble des multiples de a):
On appelle M_a *l'ensemble des multiples de a*. $M_a = \{a \cdot 1 \,;\, a \cdot 2 \,;\, a \cdot 3 \,;\, a \cdot 4 \,;\, ...\}$.

Remarques:

a) L'ensemble M_a est un ensemble infini car un nombre a a une infinité de multiples.

b) On note aussi $a\mathbb{N}$ l'ensemble des multiples de a (0 inclus)
Ainsi $2\,\mathbb{N} = \{0;2;4;6;8;10...\}$

Exemples:

a) $M_4 =$

b) $M_7 =$

c) $M_{13} =$

b) PPMC (Plus Petit Multiple Commun)[9]

Exercice:

$M_3 =$

$M_5 =$

On a alors: $M_3 \cap M_5 =$

Diagramme de Venn:

Les multiples de 15 sont les multiples communs de 3 et de 5.
On dit que 15 est le *plus petit multiple commun* de 3 et de 5 et on note ppmc(3;5) = 15.

Propriété:
L'intersection de deux ensembles de multiples est l'ensemble des multiples du ppmc.

[9] Dans certains livres, on dit ppcm au lieu de ppmc.

4.DIVISION

4.1.Vocabulaire

	signe de division		signe d'égalité	
	⇩		⇩	
15	**:**	**3**	**=**	**5**
⇧		⇧		⇧
dividende[10]		diviseur		quotient

Nom de l'opération : *division*
Résultat de l'opération : *quotient*

On dit qu'on *effectue* une division, mais on *calcule* un quotient.

4.2.Propriétés

a) Question 1

Est-ce que la division est commutative ?

Expérience :

Résultat :

b) Question 2

Est-ce que la division est associative ?

Expérience :

Résultat :

c) Question 3

Est-ce que la division est distributive par rapport à l'addition ?

Expérience :

Résultat :

[10] attention: on dit LE dividende

4.3.Diviseurs

a) Définitions

54 est un multiple de 9.
On peut donc aussi dire que 54 est divisible par 9 ou que 9 divise 54.
9 est appelé un *diviseur* de 54.
Comme 54 est un multiple de 9, 9 est un diviseur de 54.

Définition (diviseur):
Un nombre naturel x est un *diviseur* de y si y est un multiple de x.

Exemples:

- 8 est un diviseur de 56 car 56 est un multiple de 8.
- 9 n'est pas un diviseur de 48 car 48 n'est pas un multiple de 9.

Remarque:
On n'a pas le droit de diviser un nombre par 0, donc 0 n'est jamais un diviseur.

Définition (ensemble des diviseurs de a):
On appelle D_a *l'ensemble des diviseurs* de a, a étant un nombre naturel.

Exemples:
a) $D_8 =$

b) $D_{60} =$

c) $D_{100} =$

Remarques:
a) L'ensemble D_a est un ensemble fini car un nombre a peut au plus avoir a diviseurs.

b) Récréation:
On appelle nombre parfait un nombre qui est égal à la somme de ses diviseurs plus petits que lui.
p.ex. 6 est un nombre parfait. $D_6 = \{1;2;3;6\}$ et $1 + 2 + 3 = 6$.

Qui peut trouver un autre nombre parfait ?

b) PGDC (Plus Grand Diviseur Commun)[11]

Exercice :
$D_{12} =$

$D_{20} =$

On a alors: $D_{12} \cap D_{20} =$

Diagramme de Venn:

Les diviseurs de 4 sont les diviseurs communs de 12 et de 20.
On dit que 4 est le *plus grand diviseur commun* de 12 et de 20 et on note pgdc(12;20) = 4.

Propriété :
L'intersection de deux ensembles de diviseurs est l'ensemble des diviseurs du pgdc.

[11] Dans certains livres on dit pgcd au lieu de pgdc.

4.4.Critères de divisibilité

➢ **par 2:**

Un nombre est divisible par 2 si le chiffre de ses unités est divisible par 2 c.-à-d. égal à 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exemples:

12 est divisible par 2; 29 n'est pas divisible par 2.

➢ **par 3:**

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemples:

12345 est divisible par 3 (1+2+3+4+5=15); 56822 n'est pas divisible par 3 (5+6+8+2+2=23).

➢ **par 4:**

Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemples:

15606 n'est pas divisible par 4 (6 ne l'est pas); 15652 est divisible par 4 (52 est divisible par 4).

➢ **par 5:**

Un nombre est divisible par 5 si le chiffre de ses unités est divisible par 5 c.-à-d. égal à 0 ou 5.

Exemples:

15625 est divisible par 5; 75412 n'est pas divisible par 5.

➢ **par 9:**

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples:

65221 n'est pas divisible par 9 (6+5+2+2+1=16); 54621 est divisible par 9 (5+4+6+2+1=18).

➢ **par 10:**

Un nombre est divisible par 10 si le chiffre de ses unités est divisible par 10 c.-à-d. égal à 0.

Exemples:

15620 est divisible par 10; 23655 n'est pas divisible par 10.

➢ **par 25:**

Un nombre est divisible par 25 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 25 c.-à-d. égal à 00, 25, 50 ou 75.

Exemples:

15635 n'est pas divisible par 25; 62325 est divisible par 25.

➢ **par 50:**

Un nombre est divisible par 50 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 50 c.-à-d. égal à 00 ou 50.

Exemples:

16520 n'est pas divisible par 50, 16550 est divisible par 50.

➢ **par 100:**

Un nombre est divisible par 100 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 100 c.-à-d. égal à 00.

Exemples:

15200 est divisible par 100; 12360 n'est pas divisible par 100.

5.TECHNIQUES DE CALCUL

5.1.Suites de + et de –

Règle 1 :
Pour effectuer une suite d'additions et de soustractions, on effectue les opérations une à une de gauche à droite.

Exemple :
12 – 9 + 17 – 3 + 54 + 9 – 41 =

Remarque :
On peut effectuer les additions et soustractions dans l'ordre qu'on veut pour simplifier les calculs.

12 – 9 + 17 – 3 + 54 + 9 – 41 = 12 + 17 + 54 + 9 – 9 – 3 – 41
= 82 – 53
= 39

Attention !
FAUX : 12 – 3 + 5 = 12 – 8 = 4

VRAI : 12 – 3 + 5 = 9 + 5 = 14

On effectue les opérations une à une de gauche à droite !!!

5.2.Suites de · et de :

Règle 2 :
Pour effectuer une suite de multiplications et de divisions, on effectue les opérations une à une de gauche à droite.

Exemple :
18 · 2 : 9 · 10 · 2 : 5 =

Attention !
FAUX : 18 ·2 = 36 : 9 = 4 · 10 = 40 · 2 = 80 : 5 = 16 !!!!!
(36 ≠ 4 ≠ 40 ≠ 80 ≠ 16)

VRAI :18 · 2 : 9 · 10 · 2 : 5 = 36 : 9 · 10 · 2 : 5 = 4 · 10 · 2 : 5 = 40 · 2 : 5 = 80 : 5 = 16

Si on veut effectuer les calculs en plusieurs étapes, il faut à chaque fois écrire toutes les opérations !!!

Remarque :
Après certaines divisions, on peut obtenir des résultats difficiles à manipuler. On peut alors changer l'ordre des multiplications et divisions.

2 · 5 : 7 · 14 : 3 · 12 = 2 · 5 · 14 : 7 · 12 : 3 =

5.3.Règles de priorité

a) Règle des parenthèses

Règle 3 :
On effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples :

- $5 \cdot (6 + 7) =$
- $(9 + 2) \cdot (7 - 3) =$

Parfois plusieurs parenthèses peuvent s'emboîter. On écrit alors des crochets (et puis des accolades).

Exemples :

- Au lieu d'écrire $3 \cdot (20 - (5 + 4))$, mieux vaut écrire :

$3 \cdot [20 - (5 + 4)] =$

- $2 \cdot (3 + 4 - (5 - 3) + 12) - 4$

$=$

$=$

$=$

$=$

On effectue les calculs « de l'intérieur vers l'extérieur ».

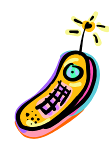
b) Règle des produits et des quotients (Punkt-vor-Strich-Regel)

Règle 4 : On calcule d'abord les produits et les quotients, puis les sommes et les différences.

Exemples :

- $7 + 5 \cdot 6 =$
- $6 \cdot 5 - 4 \cdot 3 + 2 \cdot 1 =$
- $18 : 3 + 20 : 4 =$

6.EXPONENTIATION



A 14h, Bibiche apprend que sa meilleure copine a rompu avec son petit ami Johnny. Elle envoie aussitôt un SMS à ses deux meilleures copines.
A 14h05, celles-ci racontent chacune la terrible nouvelle à deux de leur copines qui à 14h10 le disent à deux autres amies etc…

a) Combien de copines apprennent la nouvelle à 14h30 ?
b) Combien de personnes ont appris la nouvelle de 14h à 14h30 ?

14h00

14h05

14h10

14h15

14h20

14h25

14h30

Réponses : a) b)

6.1.Notation

On note : $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$

De même :

- $2^4 =$ $\qquad$ $3^4 =$
- $2^2 =$ $\qquad$ $5^3 =$
- $2^1 =$ $\qquad$ $4^4 =$
- $3^2 =$ $\qquad$ $7^2 =$

6.2.Vocabulaire

$$\text{puissance}\ \left\{\ \underset{\substack{\Uparrow \\ \text{base}}}{2}^{\overset{\text{exposant}}{\Downarrow}\ 4} \quad = \quad \underset{\substack{\Uparrow \\ \text{puissance}}}{16}\right.$$

On lit : « 2 exposant 4 est égal à 16 ».

On dit qu'on a élevé 2 à la puissance 4.
ou : On a calculé la quatrième puissance de 2.

Remarques :

Au lieu de dire « exposant 2 », on peut dire « au carré ».
Au lieu de dire « exposant 3 », on peut dire « au cube ».

Exercice :

Compléter le tableau suivant :

$0^2 =$				$0^3 =$	
$1^2 =$	$6^2 =$	$11^2 =$	$16^2 =$	$1^3 =$	$6^3 =$
$2^2 =$	$7^2 =$	$12^2 =$	$17^2 =$	$2^3 =$	$7^3 =$
$3^2 =$	$8^2 =$	$13^2 =$	$18^2 =$	$3^3 =$	$8^3 =$
$4^2 =$	$9^2 =$	$14^2 =$	$19^2 =$	$4^3 =$	$9^3 =$
$5^2 =$	$10^2 =$	$15^2 =$	$20^2 =$	$5^3 =$	$10^3 =$

Ces résultats sont désormais à connaître par cœur !!!

6.3.Règles de calcul

a) ➢ $2^3 \cdot 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \ \cdot\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{\cdots}$

➢ $3^2 \cdot 3^3 =$

➢ $4^4 \cdot 4^1 =$

Donc :

$\boxed{\text{Pour multiplier des puissances de même base, on additionne les exposants.}}$

b) ➢ $(2^3)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \ \cdot\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \ \cdot\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \ \cdot\ 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{\cdots}$

➢ $(5^2)^3 =$

➢ $(4^4)^1 =$

Ainsi :

> Pour élever une puissance à une puissance, on multiplie les exposants.

c) ➢ $(2 \cdot 5)^4 = 2 \cdot 5 \ \cdot\ 2 \cdot 5 \ \cdot\ 2 \cdot 5 \ \cdot\ 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \ \cdot\ 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^{\cdots} \cdot 5^{\cdots}$

➢ $(6 \cdot 7)^3 =$

➢ $(4 \cdot 9)^2 =$

Donc :

> Pour élever un produit à une puissance, on élève chaque facteur à cette puissance.

d) Compléter :

➢	…	…	4	8	16	…
	…	…	2^2	2^3	…	…

➢	…	…	9	27	…
	…	…	3^2	3^3	…

On a :

> $(\forall\, a \in \mathbb{N})\ a^1 = a$
>
> $(\forall\, a \in \mathbb{N}^*)\ a^0 = 1$

Remarque:

0^0 n'existe pas !

6.4. Règles de priorité

Les règles vues au paragraphe 5 restent valables. Les revoici :

> **Règle 1 :**
>
> Pour effectuer une suite d'additions et de soustractions, on effectue les opérations une à une de gauche à droite.
>
> **Règle 2 :**
>
> Pour effectuer une suite de multiplications et de divisions, on effectue les opérations une à une de gauche à droite.
>
> **Règle 3 :**
>
> On effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
>
> **Règle 4 :**
>
> On calcule d'abord les produits et les quotients, puis les sommes et les différences.

Voici une nouvelle règle, faisant intervenir les puissances :

> **Règle 5 :**
>
> Les puissances sont calculées avant les produits et les quotients.

Exemples :

- $36 - 2 \cdot 4^2 + 16 : 8 \cdot 2$
  =
  =
  =
  =
- $2^5 \cdot 5^2 - 3 + 44 : 11$
  =
  =
  =
  =

7.EXTRACTION DE RACINES

7.1.Racine carrée

On a : $5^2 = 25$ et $\sqrt[2]{25} = 5$
$7^2 = 49$ et $\sqrt[2]{49} = 7$

Donc :

Définition (racine carrée) :
Soit a un nombre positif.
On appelle *racine carrée de a* et on note $\sqrt[2]{a}$ le nombre dont le carré est égal à a.

Exemples :

- $\sqrt[2]{16}$ = car
- $\sqrt[2]{36}$ = car
- $\sqrt[2]{144}$ = car
- $\sqrt[2]{169}$ = car

Vocabulaire :

indice
⇩
racine carrée { $\sqrt[2]{36} = 6$
⇧ radicand ⇧ racine carrée

Remarque :
Si on n'écrit pas d'indice, il est égal à 2.

Donc $\sqrt{36} = \sqrt[2]{36} = 6$ et $\sqrt{100} = 10$.

7.2.Racine cubique

Définition (racine cubique) :
Soit a un nombre positif.
On appelle *racine cubique de a* et on note $\sqrt[3]{a}$ le nombre dont le cube est égal à a.

Exemples :

- $\sqrt[3]{8}$ = car
- $\sqrt[3]{1}$ = car
- $\sqrt[3]{64}$ = car
- $\sqrt[3]{1000}$ = car

7.3.Règles de calcul

On ajoute la règle suivante aux cinq précédentes :

Règle 6 :
Les racines sont calculées avant les produits et les quotients.

Exemple :

➢ $\left[2\cdot\left(\sqrt{81}-6\right)+2^{4}\cdot 3\right]\cdot\left(10-\sqrt[3]{64}\right)$

=

=

=

=

=

8.DECOMPOSITION DES NOMBRES ENTIERS

8.1.Expérience

Nous allons maintenant faire un voyage dans le royaume magique des nombres entiers…

En voici deux : 2 3

En utilisant une colle magique, on peut les unir ensemble pour obtenir de nouveaux nombres.
Le nouveau nombre ainsi obtenu est le produit des nombres collés ensemble.

Ainsi 2 3 donne 6.

Quel nombre entier ne change pas les nombres avec lesquels il est collé ensemble ?
On dit que ce nombre est un *élément neutre* (pour la multiplication).

On peut aussi décomposer les nombres en utilisant un diluant très magique lui aussi. On obtient alors les plus petits composants d'un nombre.

Ainsi 24 se décompose en 2 3 2 2.

Utiliser maintenant le diluant magique pour décomposer au maximum les nombres suivants :

2	3	4	5	6
7	8	9	10	11

12	13	14	15	16
17	18	19	20	21
22	23	24	25	26

Questions :

- Sur quels nombres le diluant n'a-t-il aucun effet ?

- Combien de diviseurs a chacun de ces nombres ?
- Quels sont ces diviseurs ?

Ces nombres sont appelés *nombres premiers*.

- En quoi se décomposent tous les autres nombres ?

Ces nombres sont appelés *nombres composés*.

8.2.Définitions

Définition (nombre premier):

On appelle *nombre premier* un nombre naturel qui a exactement deux diviseurs.
Ces diviseurs sont 1 et le nombre lui-même.

Définition (nombre composé):

On appelle *nombre composé* un nombre naturel qui a plus de deux diviseurs.

Exercice:

Classer les nombres de 2 à 26 dans les deux catégories suivantes:

nombres premiers:

nombres composés:

Remarques:

a) 2 est le seul nombre premier pair.

b) 1 n'est ni un nombre premier, ni un nombre composé.

8.3.Décomposition en facteurs premiers

Ce qu'on a fait dans l'expérience du paragraphe 8.1. s'appelle *décomposition en facteurs premiers* ou *factorisation première* d'un nombre.

Voici une méthode plus mathématique pour décomposer un nombre. On commence par le nombre à décomposer et on le divise par des nombres premiers. On s'arrête quand on a obtenu 1.

Exemples :

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \text{donc } 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 3 \\ 30 & 3 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \text{donc } 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

- Faire de même pour les nombres 392 et 576.

8.4.Supplément sur les diviseurs d'un nombre entier

a) Expérience

Retournons dans le royaume maqique des nombres entiers.

Revoici le nombre 24 : 2 2 3 2

Utilisons ses composants pour former d'autres nombres :

3 = 3

2 = 2   2 3 = 6

2 2 = 4   2 2 3 = 12

2 2 2 = 8   2 2 2 3 = 24

Que représentent les nombres formés ?

Quel nombre manque ?

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre, on les décompose en nombres premiers et on peut faire ce qu'on appelle un *arbre des diviseurs* :

$24 = 2^3 \cdot 3^1$

- 2^0
  - $3^0 =$
  - $3^1 =$
- 2^1
  - $3^0 =$
  - $3^1 =$
- 2^2
  - $3^0 =$
  - $3^1 =$
- 2^3
  - $3^0 =$
  - $3^1 =$

Donc $D_{24} =$

b) Application : Calcul du PGDC

Pour calculer le PGDC de nombres entiers, on les décompose en facteurs premiers et on retient leurs composants communs avec le plus *petit* exposant.

Exemples :

$12 = 2^2 \cdot 3$	$1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
$20 = 2^2 \cdot 5$	$4200 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$
$PGDC(12\,;20) = 2^2 = 4$	$PGDC(1260\,;4200) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$

8.5.Supplément sur les multiples d'un nombre entier

a) Expérience :

On a vu que $24 = 2^3 \cdot 3$.

Que représentent les nombres 48, 168 et 240 pour le nombre 24 ?

Décomposer ces nombres en facteurs premiers :

$48 =$

$168 =$

$240 =$

On remarque que la décomposition de 24 est dans chacune des décompositions des multiples de 24.

b) Application : Calcul du PPMC

Comme le PPMC de nombres entiers est un multiple de ces nombres, il doit « contenir » tous les facteurs de leur décomposition en facteurs premiers. Donc :

Pour calculer le PPMC de nombres entiers, on les décompose en facteurs premiers et on retient tous leurs composants avec le plus *grand* exposant.

Exemples :

$12 = 2^2 \cdot 3$	$1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
$20 = 2^2 \cdot 5$	$4200 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$
$PPMC(12\,;20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$	$PPMC(1260\,;4200) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 12600$