CHAPITRE IV:

LES NOMBRES RELATIFS

1.DEFINITIONS ET VOCABULAIRE

1.1. Ensemble $\mathbb{Z}$

On appelle ensemble $\mathbb{Z}$ l'ensemble des nombres entiers relatifs, c.-à-d. les entiers positifs, le nombre 0 et les entiers négatifs.

Donc $\mathbb{Z} = \{\ldots -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 \ldots\}$

et $\mathbb{Z}^* = \{\ldots -3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; 3 \ldots\}$.

1.2. Droite graduée

Expérience :

Voici une ligne de chemin de fer :

Au point O se trouve le hangar avec les trains.
Vers la droite la ligne mène vers Plusseldange et vers la gauche vers Moinsdelange.

Placer sur la ligne :

- la localité Aville qui se trouve à 3 km de O en direction de Plusseldange.
- la localité Béville qui se trouve à 8 km de O en direction de Moinsdelange.
- la localité Céville qui se trouve à 11 km de O en direction de Plusseldange.

Attention :

Il faut choisir une unité. Sur la figure, la distance entre 2 traits représente 1 km.

Résultat :

On peut représenter les nombres relatifs sur une droite graduée. Pour cela, il faut :

- une origine (le point O)
- une unité (p.ex. le centimètre)
- un sens positif (vers la droite)

Exercice :

a) Dessiner une droite graduée et y placer les nombres 2, 5 et –3.

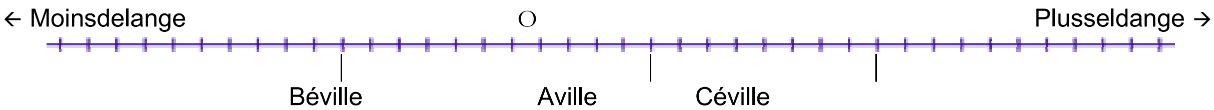
- Si on se déplace vers la droite, les nombres deviennent plus
- Si on se déplace vers la gauche, les nombres deviennent plus

b) Compléter par « < », « = » ou « > » :

- 0 … 2
- 5 … 1
- -3 … 5
- 2 … -3

1.3. Valeur absolue d'un nombre relatif

Revoici la ligne de chemin de fer :



Aville se trouve au kilometre

Béville se trouve au kilomètre

Céville se trouve au kilomètre

Quelle est la distance de O à Aville ?

O à Béville ?

O à Céville ?

Ces nombres sont tous

Définition (valeur absolue) :

On appelle *valeur absolue* d'un nombre a et on note $|a|$, la distance de ce point à l'origine O sur une droite graduée.

Exemples :

- $|3| =$
- $|-8| =$
- $|11| =$
- $|0| =$

La valeur absolue d'un nombre relatif est ce nombre sans son signe.

1.4. Opposé d'un relatif

Exercice :

Placer sur une droite graduée les nombres 4 et –4.

A quelle distance de O se trouve le nombre 4 ?

le nombre –4 ?

Définition :

Deux nombres qui se trouvent à la même distance de l'origine O sur une droite graduée sont dits opposés.

Exemples :

- L'opposé de 4 est
- L'opposé de – 4 est
- L'opposé de 3 est
- L'opposé de 5,67 est
- L'opposé de – 2,5 est
- L'opposé de –328835 est
- L'opposé de $\frac{1}{2}$ est
- L'opposé de 0 est
- L'opposé de a est
- L'opposé de – a est

Remarque :

La somme d'un nombre et de son opposé est égale à , qui est l'élément neutre de l'addition.

2.ADDITION ET SOUSTRACTION

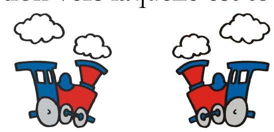
2.1. Expérience

Pour la dernière fois : notre ligne de chemin de fer.

← Moinsdelange O Plusseldange →

Maintenant on va se mettre à la place du conducteur de train.
Les ordres donnés au conducteur ont l'allure suivante : - (- 2)

- le premier signe (avant les parenthèses) indique la direction vers laquelle est tourné le train :
  + vers Plusseldange, – vers Moinsdelange.



\+ –

- le deuxième signe (entre les parenthèses) indique la manière dont se déplace le train :
  + marche avant, – marche arrière.

- le nombre indique le nombre de kilomètres à parcourir.

Si le train se trouve en O, où se trouvera-t-il après les ordres suivants ?

\+ (+ 2)

← Moinsdelange O Plusseldange →

Le train se trouve au km . Donc 0 + (+ 2) =

– (+ 2)

← Moinsdelange O Plusseldange →

Le train se trouve au km . Donc 0 – (+ 2) =

\+ (– 2)

← Moinsdelange O Plusseldange →

Le train se trouve au km . Donc 0 + (– 2) =

– (– 2)

← Moinsdelange O Plusseldange →

Le train se trouve au km . Donc 0 – (– 2) =

2.2. Résultats

Additionner un nombre *positif* veut dire *additionner* sa valeur absolue.

Soustraire un nombre *positif* veut dire *soustraire* sa valeur absolue.

Additionner un nombre *négatif* veut dire *soustraire* sa valeur absolue.

Soustraire un nombre *négatif* veut dire *additionner* sa valeur absolue.

2.3. Exemples

- (+ 3) – (+ 2) =
- (– 3) + (– 4) =
- (+ 4) – (+ 8) =
- (+ 2) – (– 8) =

3.MULTIPLICATION

3.1.Multiplication de deux nombres positifs

Expérience :

$(+3) \cdot (+5) = 3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15$

$(+4) \cdot (+7) =$

Résultat :

Le produit d'un nombre *positif* par un nombre *positifs* est un nombre *positif*.

3.2.Multiplication d'un nombre positif par un nombre négatif

Expérience :

$(+3) \cdot (-5) = 3 \cdot (-5) = (-5) + (-5) + (-5) = -5 - 5 - 5 = -15$

$(-7) \cdot (+4) = (+4) \cdot (-7) =$

Résultat :

Le produit d'un nombre *positif* par un nombre *négatif* est un nombre *négatif*.

3.3.Multiplication de deux nombres négatifs

Expérience :

$(+3) \cdot (+5) = 15 \quad \Rightarrow \quad (-3) \cdot (+5) = -15$

$\Downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \Downarrow$

$(+3) \cdot (-5) = -15 \quad \Rightarrow \quad (-3) \cdot (-5) =$

Que se passe-t-il si on change le signe de l'un des facteurs ?

Donc : $(-3) \cdot (-5) =$

Résultat :

Le produit d'un nombre *négatif* par un nombre *négatif* est un nombre *positif*.

3.4.Résumé

1ier facteur	2e facteur	produit
+	+	+
+	–	–
–	+	–
–	–	+

Exemples

- $(-4) \cdot (+5) =$
- $(-11) \cdot (-12) =$
- $(-6) \cdot (-14) =$
- $(-9) \cdot (+16) =$
- $(-6) \cdot (-9) =$
- $(+12) \cdot (+5) =$
- $(+7) \cdot (-13) =$
- $(-8) \cdot (-8) =$

4.DIVISION

4.1. Expérience

$(+3)\cdot(+7) = +21$ donc $(+21):(+3) =$

$(+3)\cdot(-7) = -21$ donc $(-21):(+3) =$

$(-3)\cdot(+7) = -21$ donc $(-21):\quad =$

$(-3)\cdot(-7) = +21$ donc

4.2. Résultat

Le quotient d'un nombre *positif* par un nombre *positif* est un nombre *positif*.

Le quotient d'un nombre *négatif* par un nombre *positif* est un nombre *négatif*.

Le quotient d'un nombre *positif* par un nombre *négatif* est un nombre *négatif*.

Le quotient d'un nombre *négatif* par un nombre *négatif* est un nombre *positif*.

4.3. Exercice de récapitulation

Calculer :

a) $(-3)+(-5)-(+4)+(+6) =$

b) $(-3)-(-5)+(-4)+(+6) =$

c) $(-3)\cdot(-5)-(+4)\cdot(+6) =$

d) $(-32):(-4)+(+12)\cdot(-3) =$

e) $(-1)\cdot(-2)\cdot(-3)\cdot(-4) =$

f) $56:(-7)+54:(-6)-(-55):11 =$

g) $(-32):(-4)+(-36):9-39:3 =$

h) $(-4)\cdot(-5)-6\cdot(-7)+(-8)\cdot(-3) =$

i) $(+12):(-3)-(+27):(+9)-(-13) =$

j) $3\cdot4\cdot(-2)+(-5)\cdot3\cdot(-2)+(-2)\cdot(-3) =$

k) $2\cdot(-0{,}1)-(+0{,}3)\cdot(-4)-(-2{,}3) =$

l) $5\cdot(-1{,}2)-(-3):(+0{,}5)+(-2{,}1):7 =$

m) $(-13)\cdot1{,}1+(-12)\cdot(-1{,}2)-3\cdot(-2{,}7) =$

n) $(-9)+(-3)\cdot(-5)-(-6)\cdot(+7) =$

o) $2{,}34-1{,}14-1{,}4+2\cdot(-3{,}2)+7{,}19 =$

p) $2-2{,}1+5{,}2-3{,}4-2{,}2+5{,}8-4{,}1 =$

q) $(-6{,}1)\cdot(-2)+(+5{,}3)\cdot(-4) =$

r) $0{,}0002\cdot(-1200)-(-130)\cdot(-0{,}03) =$

s) $(-0{,}0013)\cdot(-12000)+(-1{,}4)\cdot14 =$

t) $25\cdot(-36)+(-50)\cdot68+64\cdot(-125) =$