



CHAPITRE V: LES ÉQUATIONS

1. INTRODUCTION

Riri commande trois livres par internet. Ces livres ont le même prix. Il doit payer des frais de port qui sont de 1 €.



- Combien devrait payer Riri, si les livres coûtaient 2 € chacun ?
- Combien devrait payer Riri, si les livres coûtaient 5 € chacun ?
- Combien devrait payer Riri, si les livres coûtaient x € chacun ?

Dans ce problème, on ne connaît pas le prix d'un livre, mais on sait que Riri doit payer en tout 10 €. On veut maintenant trouver le prix d'un livre.

- Qu'est-ce qui est inconnu dans ce problème ?
- Comment va-t'on l'appeler ?
- Combien Riri doit-il alors payer ?
- Comment peut-on résoudre le problème ?

2. DEFINITIONS ET VOCABULAIRE

2.1. Vocabulaire

Voici une *équation* :

membre de gauche	signe d'égalité	membre de droite								
↓										
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$3x$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> </tr> </table>	$3x$	+	1	=	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">10</td> </tr> </table>	10				
$3x$	+	1								
10										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; width: 33%;">\uparrow</td> <td style="width: 33%;"></td> <td style="text-align: center; width: 33%;">\uparrow</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">terme en x</td> <td></td> <td style="text-align: center;">terme constant</td> </tr> </table>	\uparrow		\uparrow	terme en x		terme constant		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">\uparrow</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">terme constant</td> </tr> </table>	\uparrow	terme constant
\uparrow		\uparrow								
terme en x		terme constant								
\uparrow										
terme constant										

Dans cette équation, l'*inconnue* est x .

Résoudre une équation veut dire trouver le(s) nombre(s) x pour le(s)quel(s) l'égalité est vraie.

Si un nombre vérifie l'équation, on dit qu'il est une *solution*.

La (les) solution(s) d'une équation est (sont) notée(s) dans un *ensemble de solution* appelé S .

2.2.Exemples



➤ Est-ce que 1 est une solution de l'équation $5x - 3 = 7$?

➤ Est-ce que 2 est une solution de l'équation $5x - 3 = 7$?

Pour cette équations : $S =$

2.3.Exercice

Compléter le tableau suivant en faisant des croix.






Équation	solution proposée	oui	non
$3x - 2 = 9$	5		
$-3x - 3 = 9$	-4		
$2 + 3x = 10$	2		
$-4 - 5x = 1$	-1		
$11x - 15 = 106$	11		
$19x - 94 = 39$	7		

3. RESOLUTION D'EQUATIONS

3.1. Étude d'un exemple

Réolvons l'équation : $3x + 1 = 10$



Illustration	Écriture
	
	
	

**Vérification :****Remarque :**

Le signe \Leftrightarrow est appelé signe d'équivalence.

On lit : « si et seulement si ».

Question :

Quel est le prix d'un livre que Riri a commandé sur internet ?

3.2. Équations équivalentes**Définition (équations équivalentes):**

Deux équations sont équivalentes si elles ont le même ensemble de solution.

Exemples :

➤ $3x + 1 = 10$ et $3x = 9$ sont des équations équivalentes

car elles ont le même ensemble de solution $S = \{ 3 \}$.

➤ $3x = 9$ et $x = 3$ sont

car

**Règles d'équivalence**

① Si l'on ajoute (ou retranche) un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.

② Si l'on multiplie (ou divise) par un même nombre les deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.

3.3. Résolution

Pour résoudre une équation, on remplace l'équation de départ par des équations équivalentes.

La dernière de ces équations est particulièrement simple et permet de trouver la solution.

3.4. Exemples

➤ $3x - 7 = 5$ | + 7 règle ①

$\Leftrightarrow 3x - 7 + 7 = 5 + 7$

$\Leftrightarrow 3x = 12$ | : 3 règle ②

$\Leftrightarrow 3x : 3 = 12 : 3$

$\Leftrightarrow x = 4$

$S = \{ 4 \}$

➤ $2x + 2 = -8$





➤ $19 - 5x = -6$

➤ $12 = 4 + 4x$

➤ $x + 5 + x = -3$

4.RESOLUTION DE PROBLEMES

4.1. Problème 1 : petite devinette avec des nombres

Fifi dit à Loulou : « Si je multiplie un nombre par 4 et si ensuite je retranche 13, j'obtiens 35. »
À quel nombre Fifi a-t-il pensé ?

Inconnue du problème :

Mise en équation :

Résolution :

4.2. Problème 2 : le prix des tomates

Un marchand de légumes dit à Riri : « Si vous m'achetez 7 kilos de tomates, je vais vous donner une ristourne de 2 €. » Riri accepte cette proposition et à la fin il doit payer 19 €.
Quel est le prix d'un kilo de tomates ?

Inconnue du problème :

Mise en équation :

Résolution :

4.3. Exercices supplémentaires

- a) Dans la papeterie, Monsieur Floc achète un bloc à 2 €, 6 classeurs et un livre de 13 €. Il doit payer 39 €. Quel est le prix d'un classeur ?
- b) Fifi pense à un nombre : « Le nombre inconnu augmenté de douze est égal au double de quarante. » À quel nombre Fifi a-t-il pensé ?
- c) Loulou pense à un nombre : « Soixante diminué de mon nombre est égal au triple de neuf. » À quel nombre Loulou a-t-il pensé ?
- d) Riri dit : « La somme de deux nombres consécutifs est égale à cinquante-trois. » Quels sont les deux nombres ?
- e) Fifi affirme : « La somme de trois nombres consécutifs est égale à cent quarante-sept. » Quels sont les deux nombres ?
- f) Un groupe de personnes va au restaurant et paye 200 €. Le restaurateur rend 16 €. Sachant que chacun a dû payer 23 €, combien y avait-il de personnes.
- g) Un rectangle a un périmètre de 44m et une longueur de 12m. Quelle est sa largeur ?
- h) Un train transporte 117 personnes. A un arrêt, 33 personnes montent et des personnes descendent. Au moment de repartir, il n'y a plus que 30 personnes dans le train. Combien de personnes sont descendues?
- i) Tic a 4 fois plus d'argent que Tac et ensemble ils ont 210 €. Combien d'argent a chacun?
- j) Tic a 150 € de moins que Tac et ensemble ils ont 210 €. Combien d'argent a chacun?
- k) L'entrée a une fête coûte 9 € et une boisson 2 €. De retour à la maison, Monsieur X constate qu'il a dépensé 25 francs en tout. Combien de boissons a-t-il eu?
- l) Monsieur Truc a 25 ans de plus que son fils et 35 ans de moins que son père. Déterminer l'âge de chacun des trois sachant qu'ils ont ensemble 100 ans.
- m) Monsieur Schmurtz revient d'une balade avec son teckel Fluppi. A une distance de 200m devant la maison, il lâche Fluppi de sa laisse. Celui-ci court alors vers Madame Schmurtz qui attend devant la maison, puis effectue sans s'arrêter des va-et-vient entre M. et Mme Schmurtz jusqu'à l'arrivée de celui-ci. Sachant que la vitesse de Fluppi est le double de celle de Monsieur Schmurtz, combien de m le chien a-t-il parcouru?
- n) Un élève a eu une moyenne de exactement 34 points en mathématiques. Sa note du deuxième devoir était le double de la note du premier devoir et dans le troisième devoir il a eu 8 points de moins que dans le deuxième. Quelles ont été ses trois notes?