

1. COMPARAISON DE FRACTIONS (VERGLEICHEN VON BRÜCHEN)

Méthode

(comparer des fractions)

Pour comparer des fractions...

- a) ...on les transforme en nombres décimaux et on compare ces nombres.
ou bien :
- b) ...on les met¹ au même dénominateur et on compare les numérateurs

Exemples

➤ Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$.

a) $\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{1}{2} = 0,5$. Donc $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$. ou bien : b) $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Donc $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$.

On choisit toujours la méthode qui convient le mieux.

➤ Comparer $\frac{5}{12}$ et $\frac{2}{3}$.



➤ Comparer $\frac{3}{7}$ et $\frac{2}{5}$.

➤ Comparer $\frac{7}{9}$ et 0,75.

➤ Classer selon l'ordre croissant: $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{11}{20}; \frac{7}{10}; \frac{2}{5}$ et 0,7.

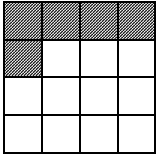
➤ Classer selon l'ordre décroissant: $\frac{3}{4}; \frac{2}{9}; \frac{5}{12}; \frac{2}{3}; \frac{5}{6}$ et $\frac{17}{36}$.

¹ en maths on dit aussi: on les *réduit* au même dénominateur

2. ADDITION ET SOUSTRACTION DE FRACTIONS

2.1. Fractions ayant le même dénominateur (gleichnamige Brüche)

Expérience



- Quelle fraction représente la partie hachurée ?
- Hachurer en plus $\frac{7}{16}$ du rectangle.
- Quelle fraction est alors hachurée en tout ?
- Quelle addition a été illustrée par cette expérience ?

Calculer de même :

$$\begin{array}{l} \text{➤ } \frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \\ \text{➤ } \frac{11}{17} - \frac{3}{17} = \end{array}$$

Méthode (additionner ou soustraire des fractions à même dénominateur)

Pour additionner (ou soustraire) des fractions à même dénominateur, on garde le dénominateur et on additionne les numérateurs.

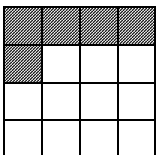
Exemples

$$\begin{array}{l} \text{➤ } \frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \\ \text{➤ } \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - \frac{7}{3} = \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{➤ } \frac{9}{16} + \frac{3}{16} = \\ \text{➤ } \frac{8}{7} - \frac{5}{7} + \frac{4}{7} = \end{array}$$

2.2. Fractions ayant des dénominateurs différents (ungleichnamige Brüche)

Expérience

Revoici le rectangle dont $\frac{5}{16}$ sont hachurés.



- Hachurer en plus $\frac{1}{4}$ de ce rectangle.
- Combien de carrés avez-vous hachuré ?
- Que vaut $\frac{5}{16} + \frac{1}{4}$?
- Quelle autre fraction plus utile au calcul de $\frac{5}{16} + \frac{1}{4}$ représente $\frac{1}{4}$?

➤ Que faut-il faire avant d'additionner des fractions à dénominateurs différents ?

Méthode (additionner ou soustraire des fractions)

Pour additionner (ou soustraire) des fractions à dénominateurs différents, on les réduit d'abord au même dénominateur. Puis on garde le dénominateur et on additionne (ou soustrait) les numérateurs.

Remarque

Le dénominateur auquel on réduit toutes les fractions est appelé *dénominateur commun* (gemeinsamer Nenner).

Exemples

➤ $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

➤ $\frac{11}{12} - \frac{1}{8} =$

➤ $\frac{29}{21} + \frac{3}{7} - \frac{1}{3} =$

➤ $5 - \frac{7}{8} =$

3. MULTIPLICATION

3.1. Multiplication d'une fraction par un nombre (Rappel)

Méthode (multiplier une fraction par un nombre)

Pour multiplier une fraction par un nombre, on multiplie le numérateur de la fraction par ce nombre.

Exemples

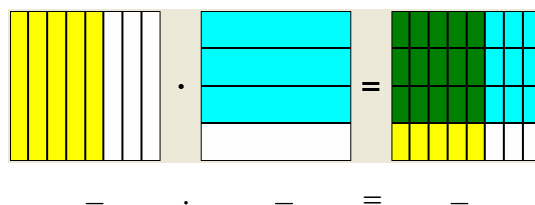
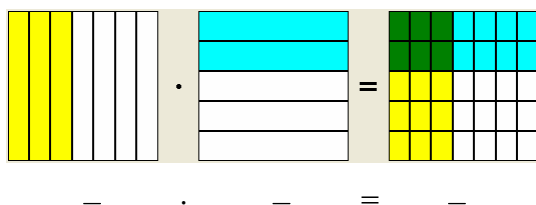
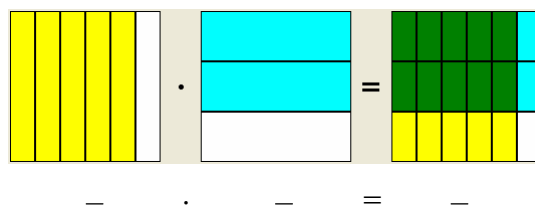
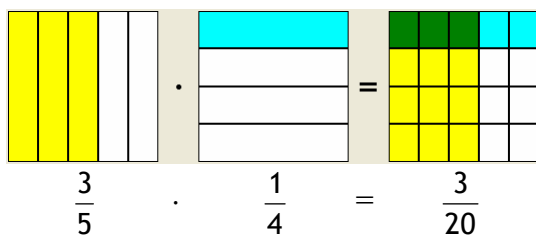
➤ $5 \cdot \frac{3}{7} =$

➤ $6 \cdot \frac{4}{5} =$

3.2. Multiplication de fractions

Expérience

Regarder le premier exemple et faire pareil pour les autres exemples :



Méthode (multiplier des fractions)

Pour multiplier des fractions par, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Si a, b, c et d sont des nombres ($b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Exemples

$$\rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\rightarrow \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\rightarrow \frac{8}{5} \cdot \frac{7}{9} =$$

$$\rightarrow \frac{3}{17} \cdot \frac{11}{2} =$$

Voici deux fois le même calcul :

$$\rightarrow \frac{12}{7} \cdot \frac{21}{24} = \frac{12 \cdot 21}{7 \cdot 24} = \frac{\overset{126}{\cancel{252}}}{\underset{84}{\cancel{168}}} = \frac{\overset{63}{\cancel{126}}}{\underset{42}{\cancel{84}}} = \frac{\overset{9}{\cancel{63}}}{\underset{6}{\cancel{42}}} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad \rightarrow \frac{12}{7} \cdot \frac{21}{24} = \frac{\overset{1}{\cancel{12}} \cdot \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{2}{\cancel{24}}} = \frac{3}{2}$$

Cela nous montre qu'il vaut parfois mieux simplifier dès que possible.

Exemples

$$\rightarrow \frac{39}{17} \cdot \frac{51}{13} =$$

$$\rightarrow \frac{63}{35} \cdot \frac{4}{36} =$$

$$\rightarrow \frac{14}{30} \cdot \frac{25}{7} =$$

$$\rightarrow \frac{36}{14} \cdot \frac{11}{24} \cdot \frac{21}{33} =$$

4. REGLES DE PRIORITE (RAPPEL)

RÈGLE 1 (suites de + et de -)

Pour effectuer une suite d'additions et de soustractions, on effectue les opérations une à une de gauche à droite.

RÈGLE 2 (suites de · et de :)

Pour effectuer une suite de multiplications et de divisions, on effectue les opérations une à une de gauche à droite.

RÈGLE 3 (règle des parenthèses)

On effectue d'abord les calculs entre parenthèses

RÈGLE 4 (« Punkt-vor-Strich »)

On calcule d'abord les produits et les quotients, puis les sommes et les différences.

Exercice 1

Calculer. Donner toujours le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

e) $\frac{5}{8} - \frac{1}{8}$

i) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

m) $\frac{5}{16} + \frac{1}{8}$

b) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

f) $\frac{1}{5} + \frac{3}{4}$

j) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

n) $\frac{1}{9} + \frac{7}{18}$

c) $\frac{15}{12} - \frac{7}{12}$

g) $\frac{5}{15} + \frac{5}{3}$

k) $\frac{3}{7} - \frac{2}{5}$

o) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

d) $\frac{4}{5} + \frac{16}{5}$

h) $\frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

l) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$

p) $\frac{17}{24} - \frac{5}{12}$

Exercice 2

Calculer. Donner toujours le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

e) $\frac{3}{5} + \frac{3}{2} - \frac{1}{4}$

i) $\frac{3}{2} + \frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

m) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{7}{10} + \frac{15}{25}$

f) $\frac{5}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$

j) $\frac{11}{12} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$

n) $\frac{10}{15} + \frac{15}{12} - \frac{20}{18}$

c) $15 - \frac{4}{6} - \frac{8}{10}$

g) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$

k) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{2}$

o) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{4}{3}$

d) $\frac{1}{5} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$

h) $\frac{23}{8} - \frac{5}{3} - \frac{4}{12}$

l) $\frac{5}{9} - \frac{6}{11} + \frac{2}{3}$

p) $\frac{9}{10} - \frac{2}{15} + \frac{3}{5}$

Exercice 3

Calculer. Donner toujours le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$

e) $\frac{9}{12} \cdot \frac{3}{4}$

i) $\frac{35}{56} \cdot \frac{32}{42}$

m) $\frac{6}{5} \cdot \frac{25}{18}$

b) $\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{7}$

f) $\frac{15}{21} \cdot \frac{18}{24}$

j) $\frac{42}{49} \cdot \frac{63}{3}$

n) $\frac{4}{21} \cdot \frac{35}{20}$

c) $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{11}$

g) $\frac{8}{11} \cdot \frac{33}{6}$

k) $\frac{41}{23} \cdot \frac{69}{82}$

o) $\frac{14}{39} \cdot \frac{65}{49}$

d) $\frac{3}{7} \cdot \frac{8}{11}$

h) $\frac{18}{15} \cdot \frac{25}{27}$

l) $\frac{31}{23} \cdot \frac{46}{93}$

p) $\frac{37}{22} \cdot \frac{5}{111}$

Exercice 4

Calculer. Donner toujours le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $6 \cdot \frac{1}{5} + 1$

e) $\frac{2}{3} \cdot 5 - 3$

i) $\frac{15}{8} + 4 \cdot \frac{1}{3}$

m) $4 \cdot \frac{3}{5} + 3 \cdot \frac{5}{2}$

b) $3 \cdot \frac{3}{2} - 2$

f) $4 \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{3}$

j) $\frac{10}{3} - \frac{3}{5} \cdot 2$

n) $\frac{10}{3} \cdot \frac{9}{8} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$

c) $5 - \frac{3}{5} \cdot 4$

g) $\frac{3}{5} \cdot 2 + \frac{3}{5}$

k) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{5} \cdot \frac{7}{8}$

o) $\frac{7}{3} \cdot 5 - 4 \cdot \frac{1}{5}$

d) $1 - 3 \cdot \frac{1}{7}$

h) $\frac{2}{15} \cdot 5 - \frac{1}{3}$

l) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{32}$

p) $\frac{3+1}{5+1} - \frac{3-1}{5-1}$

Exercice 5

Calculer. Donner toujours le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

- a) $\frac{23}{5} - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right)$ e) $\frac{3}{4} - \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right)$ i) $\left(2 + \frac{5}{12}\right) - \frac{1}{3} + \left(4 + \frac{1}{4}\right)$
 b) $\frac{24}{5} - \left(4 - \frac{1}{3}\right)$ f) $5 - \left(\frac{35}{5} - 7\right)$ j) $\left(3 + \frac{3}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{9}\right)$
 c) $\frac{7}{4} - \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{8}\right)$ g) $\frac{23}{8} - \frac{5}{3} - \frac{4}{12}$ k) $\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{3}\right)$
 d) $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{2} - 2\right)$ h) $\frac{3}{2} - \left(\frac{7}{15} - \frac{3}{30}\right)$ l) $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + 1\right)$

Corrigé (résultats finaux)

Exercice 1

- a) 2 ; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{2}{3}$; d) 4 ; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{19}{20}$; g) 2 ; h) $\frac{17}{12}$; i) $\frac{7}{6}$; j) $\frac{17}{12}$; k) $\frac{1}{35}$; l) $\frac{1}{3}$; m) $\frac{7}{16}$;
 n) $\frac{1}{2}$; o) $\frac{7}{20}$; p) $\frac{7}{24}$

Exercice 2

- a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{17}{10}$; c) $\frac{203}{15}$; d) $\frac{13}{15}$; e) $\frac{37}{20}$; f) $\frac{7}{8}$; g) 1 ; h) $\frac{7}{8}$; i) $\frac{41}{30}$; j) $\frac{5}{6}$; k) $\frac{29}{12}$; l) $\frac{67}{99}$;
 m) $\frac{17}{36}$; n) $\frac{29}{36}$; o) $\frac{7}{24}$; p) $\frac{41}{30}$

Exercice 3

- a) $\frac{10}{21}$; b) $\frac{24}{35}$; c) $\frac{21}{88}$; d) $\frac{24}{77}$; e) $\frac{9}{16}$; f) $\frac{15}{28}$; g) 4 ; h) $\frac{10}{9}$; i) $\frac{10}{21}$; j) 18 ; k) $\frac{3}{2}$; l) $\frac{2}{3}$;
 m) $\frac{5}{3}$; n) $\frac{1}{3}$; o) $\frac{10}{21}$; p) $\frac{5}{66}$

Exercice 4

- a) $\frac{11}{5}$; b) $\frac{5}{2}$; c) $\frac{13}{5}$; d) $\frac{4}{7}$; e) $\frac{1}{3}$; f) 1 ; g) $\frac{9}{5}$; h) $\frac{1}{3}$; i) $\frac{77}{24}$; j) $\frac{32}{15}$; k) $\frac{13}{5}$; l) $\frac{17}{120}$; m) $\frac{99}{10}$;
 n) $\frac{25}{8}$; o) $\frac{163}{15}$; p) $\frac{1}{6}$

Exercice 5

- a) $\frac{191}{60}$; b) $\frac{17}{15}$; c) $\frac{29}{40}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $\frac{17}{60}$; f) 5 ; g) $\frac{7}{8}$; h) $\frac{17}{15}$; i) $\frac{19}{3}$; j) $\frac{14}{5}$; k) $\frac{17}{30}$; l) $\frac{7}{12}$