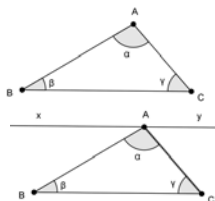


**Problème 1**

Pourquoi la somme des mesures des angles d'un triangle est-elle égale à 180° ?

Soit un triangle quelconque ABC. Ses angles sont appelés α , β et γ .
On veut montrer que $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.



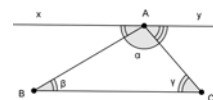
Traçons la droite (xy) passant par A et parallèle à (BC).

Alors, $\widehat{xAB} = \beta$ car (xy) et (BC) sont parallèles et les angles \widehat{xAB} et β sont alternes-internes.

De même, $\widehat{yAC} = \gamma$ car (xy) et (BC) sont parallèles et les angles \widehat{yAC} et γ sont alternes-internes.

Les angles \widehat{xAB} , α et \widehat{yAC} sont supplémentaires, donc $\widehat{xAB} + \alpha + \widehat{yAC} = 180^\circ$

Mais comme $\widehat{xAB} = \beta$ et $\widehat{yAC} = \gamma$ on a finalement : $\beta + \alpha + \gamma = 180^\circ$ et donc $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



Donc la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Problème 2

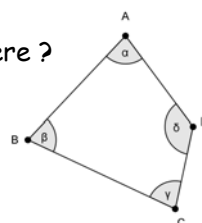
Que vaut la somme des mesures des angles à l'intérieur d'un quadrilatère ?

Soit un quadrilatère quelconque ABCD. Ses angles sont appelés α , β , γ et δ .

On veut calculer $\alpha + \beta + \gamma + \delta$.

Traçons une diagonale de ce quadrilatère : par exemple le segment [BD].

On a : $\alpha = \widehat{DAB}$, $\beta = \widehat{ABD} + \widehat{DBC}$, $\gamma = \widehat{BCD}$ et $\delta = \widehat{BDA} + \widehat{CDB}$.



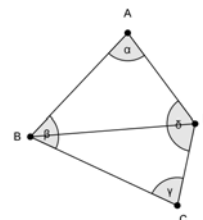
La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° .

Donc, pour le triangle ABD : $\widehat{DAB} + \widehat{ABD} + \widehat{BDA} = 180^\circ$

De même, pour le triangle BDC : $\widehat{BCD} + \widehat{DBC} + \widehat{CDB} = 180^\circ$

En additionnant ces 6 angles, on trouve : $\widehat{DAB} + \widehat{ABD} + \widehat{DBC} + \widehat{BCD} + \widehat{BDA} + \widehat{CDB} = 360^\circ$

et finalement : $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$



Donc la somme des mesures des angles d'un quadrilatère vaut 360° .

Problème 3

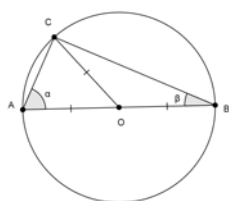
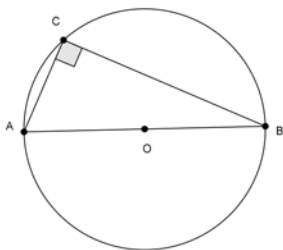
Que vaut la somme des mesures des angles à l'intérieur d'un pentagone ? d'un hexagone ? d'un heptagone ? ...

nombre de côtés	nom de la figure	nombre de triangles obtenus	somme des mesures des angles
5	pentagone	3	540°
6	hexagone	4	720°
7	heptagone	5	900°
8	octogone	6	1080°
9	ennéagone	7	1260°
10	décagone	8	1440°
n	(n est un nombre naturel)	n - 2	$180 \cdot (n - 2)^\circ$

**Problème 4**

Si $[AB]$ est un diamètre d'un cercle et C un point de ce cercle, différent de A et de B , alors pourquoi

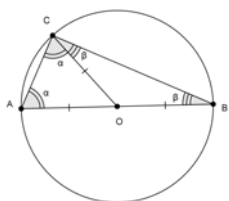
$\widehat{ACB} = 90^\circ$?



Traçons le segment $[OC]$.

Notons α l'angle \widehat{OAC} et l'angle \widehat{OBC} .

Comme A, B et C sont sur le cercle de centre O , on a : $OA = OB = OC$.



Donc, comme $OA = OC$, le triangle AOC est un triangle isocèle et $\widehat{OCA} = \alpha$.

De même, comme $OB = OC$, le triangle BOC est un triangle isocèle et $\widehat{OCB} = \beta$.

Donc $\widehat{ACB} = \alpha + \beta$

Or la somme des mesures des angles du triangle ABC vaut 180° .

Donc : $\alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ$.

mais alors : $2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta = 180^\circ$.

et finalement : $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Donc $\widehat{ACB} = 90^\circ$.