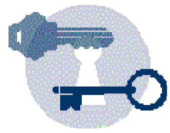
Calcul littéral

EXERCICE 01

❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Dans ce qui suit, n est un nombre entier et x et y sont des nombres quelconques.
Trouver les paires qui vont ensemble :



1	a) la différence de x et de y	A) $x + y$
	b) le quotient de x et de y	B) $x - y$
	c) la somme de x et de y	C) $x \cdot y$
	d) le produit de x et de y	D) $x : y$

2	a) la somme du double de x et de 3	A) $2 \cdot x \cdot 3$
	b) le double de la somme de x et de 3	B) $2x + 3$
	c) la somme de 2, de x et de 3	C) $2(x + 3)$
	d) le produit de 2, de x et de 3	D) $2 + x + 3$

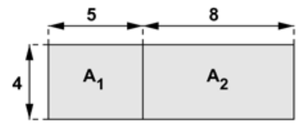
3	a) le carré du triple de x	A) $(3x)^2$
	b) le tiers du carré de x	B) $3x^2$
	c) le carré du tiers de x	C) $\frac{x^2}{3}$
	d) le triple du carré de x	D) $\left(\frac{x}{3}\right)^2$

4	a) un nombre pair	A) $3n$
	b) un nombre impair	B) $3n + 1$
	c) un multiple de 3	C) $2n + 1$
	d) un nombre qui n'est pas divisible par 3	D) $2n$

EXERCICE 02

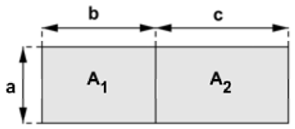
❐ ❐ ❐ ❐ ❐

1° Voici un grand rectangle, qui est partagé en 2 rectangles d'aires A_1 et A_2.



a) Calculer les aires A_1 et A_2.
b) Quelles sont la longueur et la largeur du grand rectangle ?
c) Quelle est l'aire du grand rectangle ?

2° Voici maintenant un autre rectangle qui est aussi partagé en deux petits rectangles, mais dont ont ne connaît pas les dimensions. On écrit donc une lettre qui représente un nombre.



a) Calculer les aires A_1 et A_2.
b) Quelles sont la longueur et la largeur du grand rectangle ?
c) Donner deux expressions différentes pour calculer l'aire du grand rectangle.

RAPPEL

(simple distributivité)

a, b, et c désignent des nombres.

On a :

$$a(b + c) = ab + ac$$

produit $\xrightarrow[\text{développer}]{}$ somme

On dit que **la multiplication est distributive par rapport à l'addition**.
L'action qu'on fait s'appelle **développer** : on transforme un produit en une somme.
De même, on a : $a(b - c) = ab - ac$
$(a + b)\cdot c = ac + bc$
$(a - b)\cdot c = ac - bc$

Exemples :
- $3(2x + 1) = 3\cdot 2x + 3\cdot 1 = 6x + 3$
- $(-4)(5x - 2) = (-4)\cdot 5x - (-4)\cdot 2 = -20x + 8$
- $(-2x - 4)\cdot 6 = (-2x)\cdot 6 - 4\cdot 6 = -12x - 24$

EXERCICE 03

❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Développer :

a) $3(2x + 7)$	d) $x(x + 2)$	g) $7(3a + 2b - 5)$
b) $4(a + b)$	e) $-5(4x - 3)$	h) $(-1)(-3x + 1)$
c) $(4x + 5)\cdot(-3)$	f) $(-3 - 4x)\cdot x$	i) $2x(-2x + 5)$

n'oublie pas :
$x \cdot x = x^2$

RAPPEL (opposé d'un nombre)

La somme d'un nombre et de son opposé est égale à 0.

Exemples :
- l'opposé de 2 est –2 (car 2 + (–2) = 2 – 2 = 0)
- l'opposé de –4 est 4 (car (–4) + 4 = –4 + 4 = 0)
- l'opposé de a est –a (car a + (–a) = a – a = 0)

EXERCICE 04

❑ ❑ ❑ ❑ ❑

1° Calculer :

a) (a + b) + (a – b) b) (a + b) + (b – a) c) (a + b) + (–a – b)

n'oublie pas :
a + a = 2a

2° Quel est alors l'opposé de a + b ? Expliquer !

MÉTHODE (opposé d'une somme)

Pour calculer l'opposé d'une somme (ou d'une différence), **on change le signe de tous les termes** de la somme (ou de la différence).

Exemples :
- l'opposé de a + b est –(a + b) = –a – b
- l'opposé de x - 3 est –(x - 3) = –x + 3

EXERCICE 05

❑ ❑ ❑ ❑ ❑

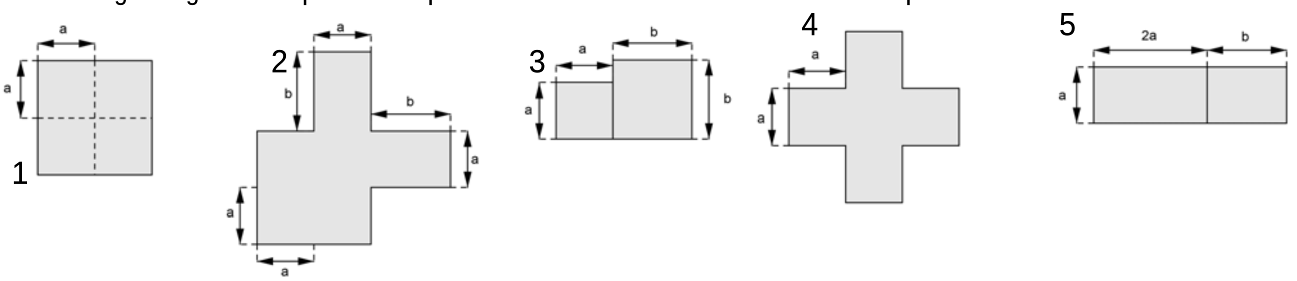
Donner l'opposé des nombres et expressions suivantes :

a) 6 e) 0 i) –x – 4
b) –8,2 f) x + y j) –(2x – 5)
c) $\frac{1}{2}$ g) a – b k) –a + 2b
d) –3x h) –(5x + 1) l) a + b – c

EXERCICE 06

❑ ❑ ❑ ❑ ❑

Voici des figures géométriques ainsi que les mesures de leurs côtés. a et b représentent des nombres.



Á quel périmètre ou à quelle aire correspondent les expressions suivantes ?
(p.ex. : aire de la figure 5, périmètre de la figure 4)

a) 2a + 2a + 2a + 2a d) 12a g) 8a + 4b j) $4a^2$
b) $2a^2$ + ab e) 2ab + $4a^2$ h) a(2a + b)
c) $(2a)^2$ f) $a^2 + b^2$ i) 2a + 4b

MÉTHODE (supprimer des parenthèses)

Si on supprime des parenthèses précédées d'un signe « – », **on change le signe de tous les termes** à l'intérieur des parenthèses.

Exemples :
- $-(2x + 5) = -2x - 5$
- $-(-x^2 + 2x - 3) = x^2 - 2x + 3$

DÉFINITION (termes semblables)

On dit que deux termes d'une somme sont **semblables** s'ils ont soit la même partie littérale (lettres) ou pas de partie littérale du tout.

Exemples :
- 2a, -4a, et a sont des termes semblables
- x^2, $-4x^2$ et $0,5x^2$ sont des termes semblables
- x, x^2 et x^3 ne sont **pas** des termes semblables

Calcul littéral

MÉTHODE (réduire une expression)

On peut réduire (rendre plus simple) une expression en comptant ensemble les termes semblables.
On ne peut pas compter ensemble des termes qui ne sont pas semblables.

Exemples :

• $\underline{2x}$ **+ 3** $\underline{-4x}$ **- 9** $\underline{+7x}$ **+ 4**
= 2x – 4x + 7x **+ 3 - 9 + 4**
= 5x – 2 (on ne peut plus continuer !)

• $\underline{3x^2}$ $\underline{+5x}$ **- 4** $\underline{-2x^2}$ $\underline{-3x}$ **+ 1**
= $3x^2 - 2x^2 + 5x - 3x - 4 + 1$
= $x^2 + 2x - 3$ (STOP !)

EXERCICE 07 ❒❒❒❒❒

Réduire les expressions suivantes :

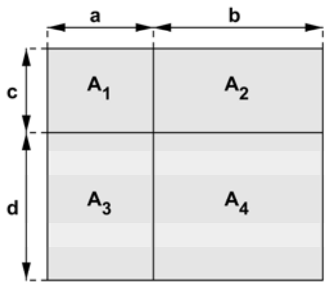
a) $3x + 5 + 6x + 4$
b) $4 - 5x - 8 - 2x$
c) $2x^2 - 4x + 5x^2 - 7x$
d) $x^2 + 3x - 7 - 5x - 3x^2$
e) $3x + 5 - (2x + 3)$
f) $2x^2 - (x^2 - 2) + 5$
g) $(3x + 2y) - (-7x + 5y)$
h) $5x + (2x - 8) - (-3x + 5)$
i) $(x^2 + 2x - 1) - (x^2 - 3x + 7)$

Développer, puis réduire les expressions suivantes :

j) $2x + 5(-4x + 2)$
k) $3(2x + 1) - 4(x - 7)$
l) $(-2x - 3)\cdot 3 - (4x + 2)$
m) $x(2x + 1) - 4x^2$
n) $3x(-2x - 6) + 4(x^2 - 4x)$
o) $-7x - x(2x + 1) + 5x^2$

EXERCICE 08 ❒❒❒❒❒

Voici un grand rectangle partagé en 4 petits rectangles d'aires A_1, A_2, A_3 et A_4.



a) Calculer les aires A_1, A_2, A_3 et A_4.
b) Quelles sont la longueur et la largeur du grand rectangle ?
c) Donner deux expressions différentes pour calculer l'aire du grand rectangle. (D'abord en multipliant la longueur par la largeur, ensuite en additionnant les 4 aires trouvées en a).

MÉTHODE (double distributivité)

a, b, c et d désignent des nombres.
On a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

produit $\xrightarrow[\text{développer}]{}$ somme

Pour multiplier des parenthèses, on multiplie **chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la deuxième parenthèse**. On utilise ainsi la **double distributivité**.
De nouveau on a développé, donc transformé le produit en une somme.

Exemples :

• $(x + 1)(x + 2)$
$= x\cdot x + x\cdot 2 + 1\cdot x + 1\cdot 2$
$= x^2$ **+ 2x + x** + 2 (on peut encore réduire)
$= x^2$ **+ 3x** + 2

• $(2x - 5)(2 - x)$
$= 2x\cdot 2 + 2x\cdot(-x) - 5\cdot 2 - 5\cdot(-x)$
= **4x** $- 2x^2 - 10$ **+ 5x**
= $-2x^2$ **+ 9x** – 10

EXERCICE 09 ❒❒❒❒❒

Développer, puis réduire :

a) $(x + 1)(x + 3)$
b) $(2x + 3)(1 - 3x)$
c) $(5x - 1)(x + 2)$
d) $(7 - 2x)(7 + 2x)$
e) $2(3x + 5) - (3x + 1)$
f) $-4(3x - 2) + (x + 2)\cdot(-3)$
g) $(4x + 2)(-x + 5) - 12$
h) $-(2x - 5)(5x + 4)$
i) $11 - (3x + 5)(x - 2) + x^2$
j) $(x + 1)(x + 2) + (x - 3)(x - 4)$

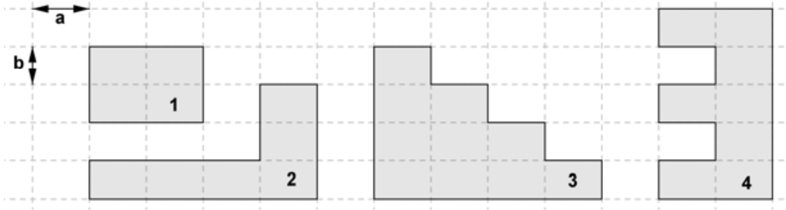
← petits tuyaux :
h) remplacer -(2x -5) par (-2x + 5)
i) remplacer - (3x + 5) par + (-3x - 5)

Chapitre 4 – Calcul littéral

cours : 1,2 et 3 pp. 86 et 87
savoir-faire : 1 et 2 p. 88
exercices : 25 à 39 et 43 à 55 p. 95

EXERCICE 10 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

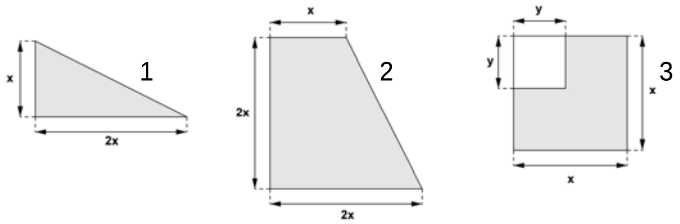
Exprimer l'aire et le périmètre des figures suivantes en fonction de a et de b.



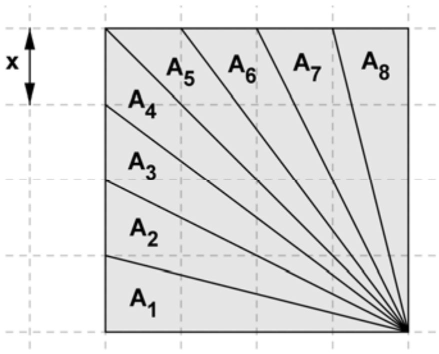
vocabulaire :
« en fonction de a et de b » veut dire « avec les lettres a et b ».

EXERCICE 11 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Exprimer l'aire des figures ci-contre en fonction de x (et de y) .



EXERCICE 12 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐



1° Quatre amis regardent cette figure et discutent :

Andrée : « L'aire A_1 vaut $2x^2$. »
Bernard : « L'aire A_1 est plus grande que l'aire A_4. »
Céline : « Les 8 parties ont la même aire. »
Daniel : « L'aire totale de la figure vaut $16x^2$. »

2° Choisir 4 parties au hasard et additionner leurs aires : qu'obtient-on ?
Est-ce toujours le même résultat ?

EXERCICE 13 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

1° Calculer :

a) $(x + 1)^2$	d) $(x - 4)^2$	g) $(x + 7)^2$
b) $(x - 2)^2$	e) $(x + 5)^2$	h) $(x - 8)^2$
c) $(x + 3)^2$	f) $(x - 6)^2$	i) $(x + 9)^2$

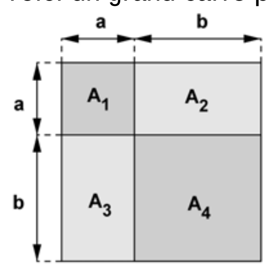
← petits tuyaux :
tu sais que $a^2 = a \cdot a$, donc $(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$ utilise ensuite la double distibutivité

2° Continuer maintenant la série de calculs en écrivant <u>tout de suite</u> le résultat, donc <u>sans</u> utiliser la double distributivité.

a) $(x + 10)^2$ b) $(x - 11)^2$ c) $(x + 12)^2$

EXERCICE 14 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Voici un grand carré partagé en 4 partie d'aires A_1, A_2, A_3 et A_4.



a) Calculer les aires A_1, A_2, A_3 et A_4.
b) Quelles sont la longueur et la largeur du grand carré ?
c) Donner deux expressions différentes pour calculer l'aire du grand carré.
(comme dans les exercices 2 et 8).

EXERCICE 15 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

1° Calculer $(a + b)^2$ en utilisant la double distributivité. Retrouver le résultat de l'exercice 14.
2° Calculer de même : $(a - b)^2$. Qu'est-ce qui a changé dans le résultat ?
3° Calculer maintenant : $(a + b)(a - b)$.

RÉSULTAT (identités remarquables)

a et b désignent des nombres.

On a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ces résultats sont très utiles dans le calcul littéral et sont appelées les **identités remarquables.**

Exemples :

- $(x + 1)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$
- $(x - 5)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$
- $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$
- $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

Attention : $\mathbf{(2x)^2 = 2x\cdot 2x = 2\cdot 2\cdot x\cdot x = 4x^2}$

EXERCICE 16 ❒❒❒❒❒

Effectuer et/ou réduire :

a) $(3x + 1)^2$	d) $(2x - 3)^2$	g) $(0,5x + 2)^2$	j) $(2x + 5)(2x + 5)$
b) $(4x - 1)^2$	e) $(1 - 2x)(1 + 2x)$	h) $(2x - 2)^2$	k) $(\frac{1}{2}x + 4)^2$
c) $(x + 6)(x - 6)$	f) $(7x + 8)(7x - 8)$	i) $(3x + 2)(2x - 3)$	l) $(5x - \frac{2}{3})^2$

EXERCICE 17 ❒❒❒❒❒

Dans tout l'exercice, n est un nombre entier.

1° Voici une série de figures représentant de triangles faits aves des allumettes →

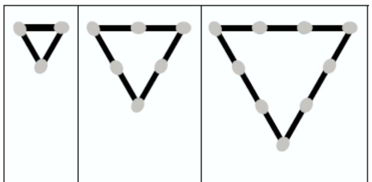


fig. 1 fig. 2 fig. 3

a) Combien d'allumettes faut-il pour faire la
• figure 1 ? • figure 2 ? • figure 3 ? • figure 4 ? • figure 10 ? • figure n ?
b) Quel numéro a la figure qui comporte 99 carrés ?

2° Voici les trois premières d'une suite de figures :

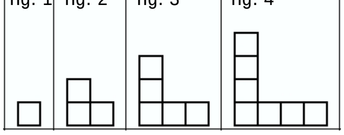


fig. 1 fig. 2 fig. 3 fig. 4

a) Combien de carrés y a-t-il dans la
• figure 1 ? • figure 2 ? • figure 3 ? • figure 4 ? • figure 10 ? • figure n ?
b) Quel numéro a la figure qui comporte 55 carrés ?

3° Voici les trois premières figures d'une suite de figures qui représentent des carrés faits avec des allumettes :

fig. 1 fig. 2 fig. 3

a) Combien d'allumettes faut-il pour faire la
• figure 1 ? • figure 2 ? • figure 3 ? • figure 4 ? • figure 10 ? • figure n ?
b) Quel numéro a la figure pour laquelle il faut 100 allumettes ?

EXERCICE 18 ❒❒❒❒❒

Effectuer et/ou réduire les expressions suivantes. Ordonner le résultat selon les puissances décroissantes (donc d'abord les termes en x^3, puis les termes en x^2, les termes en x et les termes constants.

1° pour s'échauffer

a) $2(3x - 5)$	d) $2x^2 - 3x + 4x^2 - 4x$	g) $2x + 5x^2 - 3x + x^2$	j) $(2 + 5x)\cdot x + x - 3x^2$
b) $4(-2x - 3)$	e) $x(2x + 1)$	h) $(3x - 1)\cdot 2 - 4$	k) $2x - 3y - 4y - 4x + y$
c) $(3x + 1)\cdot 4$	f) $-4(-2-2x)$	i) $3(x^2 + x) - 4x^2 + 5x$	l) $(x + 1)(2x + 5)$

2° pour progresser

a) $(-4)\cdot(3x + 1) + 1$	d) $(2x - 1)(3x + 4)$	g) $(2x - 4)^2$	j) $(-3x)(2x + 5) + (4x - 1)\cdot 3$
b) $(-7 - 8x)\cdot x - 4x^2$	e) $(5x + 1) - (3x - 7)$	h) $(-4x + 3)(2x + 5)$	k) $(-3x + 1)(-4x - 1)$
c) $2(5x - 4) - 3(2x - 1)$	f) $(3x + 1)^2$	i) $2 - (3x + 5) + 7x + 4$	l) $5x^2 - 6x + 4 + 12x - 4x^2 - 12 + 3x$

3° pour exceller

a) $(4x + 1)(4x - 1) + 4(x - 1)$	d) $3\cdot(2x + 2)^2$	g) $(2x + 1)(3x^2 + 3x - 2)$
b) $3x + (3x + 1)(1 - 4x)$	e) $2x - (4x - 5)^2$	h) $5x(-2x - 5) - (4x - 1)\cdot 6 + 3x^2$
c) $5x + 7 - (2x + 1)(-3x - 7)$	f) $(2x)^2 - 5x^2$	i) $-4x(x + 1) + (x - 4)(2x - 3)$

EXERCICE 19 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Dire pour chacune des expressions suivantes si c'est une somme ou un produit.
Remarque : une différence peut aussi être considérée comme une somme, puisque $a - b = a + (-b)$

a) xy c) $x + 3y$ e) $2(x + y) - 5(x + 2y)$ g) $3 + 4(3x - 1)$ i) x^2
b) $x + y$ d) $3(x + 2y)$ f) $(2x + 1)(4x - 7)$ h) $4(2x + 5y + 1)$ j) $x(x + 1) + x^2(2x - 3)$

MÉTHODE (factorisation par mise en évidence)

a, b, et c désignent des nombres.

On a :
$$ab + ac = a(b + c)$$
somme $\xrightarrow[\text{factoriser}]{}$ produit

Transformer une somme en un produit s'appelle **factoriser**.
Ici on a factorisé **par mise en évidence**. On a mis en évidence la lettre a.

Exemples :
- $\mathbf{x}y - \mathbf{x}z = \mathbf{x}(y - z)$ contrôle : $x(y - z) = xy - xz$
- $3x + 6 = \mathbf{3}x + \mathbf{3}\cdot 2 = \mathbf{3}(x + 2)$ contrôle : $3(x + 2) = 3x + 6$
- $x^2 + 2x = \mathbf{x}\cdot x + 2\mathbf{x} = \mathbf{x}(x + 2)$ contrôle : $x(x + 2) = x^2 + 2x$
- $8x^2 - 4x = 2\cdot\mathbf{4}\cdot\mathbf{x}\cdot x - \mathbf{4x} = \mathbf{4x}(2x - 1)$ contrôle : $4x(2x - 1) = 8x^2 - 4x$

dictionnaire :
mettre en évidence = ausklammern

EXERCICE 20 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Factoriser le plus possible les expressions suivantes :

a) $ab - ac$ d) $x^2 + x$ g) $3x^2 - 6x$ j) $x^3 + x^2 - x$
b) $2x + 2y$ e) $56x - 49y$ h) $4x^2 - 2x$ k) $15x^2 + 5$
c) $5x + 10$ f) $3x^2 + 5x$ i) $12x + 6y - 9$ l) $4x^2 + 2x + 1$

EXERCICE 21 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

a) Recopier et compléter le tableau suivant en calculant les expressions pour les différentes valeurs de x.

x	-3x - 6	-3x + 6	3(-x + 2)	-3(x + 2)	3(-x - 2)	-3(x - 2)
2	-12					
-4						
10						

b) En regardant le tableau rempli, comment peut-on factoriser $-3x - 6$?
c) Même question avec $-3x + 6$.

EXERCICE 22 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Factoriser les expressions suivantes de deux manières différentes. Une fois en mettant un nombre positif en évidence et une seconde fois en mettant un nombre négatif en évidence.

a) $-4x - 12$ b) $-3x + 6$ c) $5x - 20$ d) $17x + 51$ e) $-5x^2 + 10x - 25$ f) $6x - 12y - 36$

Chapitre 4 – Calcul littéral

cours : 4 p. 87
savoir-faire : 3 et 4 pp. 88 et 89
exercices : 58 à 60 p. 95, 63 à 65 et 70 à 73 p.96

Chapitre 3 – Puissances. Écritures littérales

cours : 2,3 et 4a pp. 50 et 51
savoir-faire : 2 et 3 pp. 52 et 53
exercices : 12 à 16 p. 57, 36, 37 et 41 à 43 p. 59