x_y Équations 1

EXERCICE 01 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Recopier et compléter :

a) 24 – ■ = 16
b) 4· ■ = 36
c) 42 : ■ = 6
d) ■· 5 = 1
e) 3· ■ + 1 = 28
f) -6 · ■ = 18
g) 4· (■ + 1) = 48
h) 18 - 5· ■ = -2

EXERCICE 02 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Résoudre les petits problèmes suivants en écrivant chaque fois le calcul qui a permis de trouver la solution.

a) L'aire d'un rectangle vaut 56 m^2 et la largeur mesure 7 m. Que mesure la longueur ?
b) Le périmètre d'un rectangle vaut 56 m et la largeur mesure 7 m. Que mesure sa longueur ?
c) La calculatrice de Marie-Framboise affiche un nombre. Elle multiplie ce nombre par 3, ensuite elle ajoute 7 au résultat. La machine affiche alors 43. Quel nombre la machine affichait-elle au départ ?

EXERCICE 03 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

On sait que 1678 + 722 = 2400.
Calculer alors rapidement et mentalement :

a) 2· (1678 + 722)
b) $\frac{1678+722}{6}$
c) 1678 + 722 + 319
d) $\frac{1678+722}{8}\cdot 2$

DÉFINITION (égalité)

Une **égalité** est une affirmation (une phrase) dans laquelle il y a le signe d'égalite « = ».
Une égalité peut être vraie ou fausse.
Ce qui est écrit à gauche du signe « = » s'appelle membre de gauche, ce qui est écrit à droite du signe « = » s'appelle membre de droite.

Exemples : 3 + 2 = 5 est une égalité vraie.
12 - 6 = 7 est une égalité fausse.

membre de gauche membre de droite

EXERCICE 04 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Est-ce que les égalités suivantes sont vraies ou fausses ?

a) 6· 7 = 42
b) 2,03 − 0,3 = 2
c) 3 + 4· 5 = 35
d) 19 − (−2) = 21
e) −12 − 4 = −8
f) 8· 9 = 6·12

EXERCICE 05 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

Est-ce que les égalités suivantes sont vraies ou fausses ?

a) 2x + 5 = 17 si x = 6
b) 3x − 1 = 12 si x = 5
c) 5x + 1 = 16 si x = 5
d) 4x + 3 = 2x + 1 si x = −1
e) 6x − 3 = −4x + 6 si x = 2

EXERCICE 06 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	4x - 3	3x + 1
1		
2		
3		
4		
5		

b) En regardant le tableau complété de a), dire pour quelle valeur de x, l'égalité 4x − 3 = 3x + 1 est vraie ?

DÉFINITIONS (équation du premier degré, solution, résoudre une équation)

• Une **équation** est une égalité dans laquelle il y a une variable (une lettre qui représente un nombre, par exemple: x). Cette variable est appelée l'**inconnue**. Si, dans l'équation, il n'y a que la première puissance de l'inconnue (donc x et non pas x^2, x^3…), l'équation est dite **du premier degré**.
• Une **solution** d'une équation est une valeur de la variable pour laquelle l'égalité est vraie.
• **Résoudre une équation** veut dire trouver toutes les solutions d'une équation.

On écrit $\overset{!}{=}$ pour dire qu'on a effectivement trouvé le résultat qu'on voulait (ici 10).

Exemple :

2 est une solution de l'équation $3x + 4 = 10$, car si $x = 2$, on obtient: $3 \cdot 2 + 4 = 6 + 4 \overset{!}{=} 10$

EXERCICE 07 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Vrai ou faux ? Justifie !
a) L'équation $2x + 3 = 11$ a pour solution 4.
b) L'équation $-2x - 1 = 11$ a pour solution -6.
c) L'équation $3x - 2 = 15$ a pour solution 7.

EXERCICE 08 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Trouver pour chaque équation la bonne solution parmi les nombres proposés :

a) $6x + 3 = 6$	3 ; -1 ; 0,5 ; 2
b) $4x + 5 = -2x + 11$	0 ; -1 ; 1 ; 2,5
c) $3x - 2 = 5$	$-\frac{3}{3};1;\frac{7}{2};\frac{7}{3}$

EXERCICE 09 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

a) Écrire deux équations avec l'inconnue x dans le membre de gauche dont la solution est -2.
b) Écrire deux équations avec l'inconnue x dans les deux membres dont la solution est 3.

EXERCICE 10 ❐ ❐ ❐ ❐ ❐

Voici six équations. Quatre de ces équations ont la même solution. Lesquelles ?

a) $6x - 3 = 4x + 1$	e) $4x - 3 = 1$
b) $x = 2$	f) $2x = 4$
c) $2x - 3 = 1$	g) $6x + 3 = 4x - 1$

« Classer » ensuite ces quatre équations de la plus difficile à la plus simple.

DÉFINITION (équations équivalentes)

On dit que deux équations sont équivalentes, si elles ont la (les) même(s) solution(s).
Entre deux équations équivalentes, on met le signe d'équivalence $\Leftrightarrow$.

Exemple :
$2x + 1 = -3$ et $2x = -4$ sont deux équations équivalentes, car elles ont la même solution (ici : -2).
On écrit aussi : $2x + 1 = -3 \Leftrightarrow 2x = -4$.

PROPRIÉTÉS (règles d'équivalence)

① Si on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.
② Si on multiplie ou divise par un même nombre non nul les deux membres d'une équation, on obtient une équation équivalente.

MÉTHODE (résoudre une équation)

Pour résoudre une équation du premier degré à inconnue x, on la transforme en équations équivalentes jusqu'à ce qu'on trouve une équation de la forme « x=… ».

Ici on écrit l'opération qu'on effectue dans les deux membres de l'équation.

Exemple :

Comme les équations sont équivalentes, on met le signe d'équivalence dans chaque ligne.

$6x - 5 = 4x + 1$ | **$-4x$** (règle ①)
$\Leftrightarrow 6x - 5 \mathbf{- 4x} = 4x + 1 \mathbf{- 4x}$
$\Leftrightarrow 2x - 5 = 1$ | **$+5$** (règle ①)
$\Leftrightarrow 2x - 5 \mathbf{+ 5} = 1 \mathbf{+ 5}$
$\Leftrightarrow 2x = 6$ | **$:2$** (règle ②)
$\Leftrightarrow 2x \mathbf{: 2} = 6 \mathbf{: 2}$
$\Leftrightarrow x = 3$ La solution de l'équation est 3.

EXERCICE 11 ❒❒❒❒❒

Résoudre les équations suivantes (en faisant comme dans l'exemple de la page précédente) :

a) $2x - 7 = 13$	c) $-12 = 2x + 5$	e) $3x - 2 = -2x + 18$	g) $4x + 3 = -12x + 5$
b) $4x - 2 = -7$	d) $5x + 5 = 2x - 4$	f) $-3x + 7 = -5x - 1$	h) $17x - 19 = -23x + 21$

EXERCICE 12 ❒❒❒❒❒

Voici beaucoup d'équations. Le but est de les résoudre mentalement, donc d'écrire tout de suite la solution. Il ne faut pas les résoudre toutes en une fois, mais revenir de temps en temps à cet exercice.

Entraînement 1

a) $x + 8 = -4$	d) $2x = -9$	g) $-3x = 12$	j) $3x - 1 = 0$
b) $x - 7 = 3$	e) $-3x = -15$	h) $1 + x = -2$	k) $2 - 3x = 0$
c) $x + 11 = 10$	f) $5x = 3$	i) $4x = -7$	l) $5 + 4x = 0$

Entraînement 2

a) $x - 5 = -3$	d) $x - 3 = 8$	g) $-2x = -8$	j) $4x - 12 = 0$
b) $x + 9 = 13$	e) $3x - 2 = 0$	h) $6x = 30$	k) $2x - 1 = 0$
c) $x + 15 = 12$	f) $5 - x = 0$	i) $10x = 15$	l) $4x + 3 = 0$

Entraînement 3

a) $3x - 2 = 2$	d) $4 - 3x = -5$	g) $1 - x = 3$	j) $5x - 3 = 0$
b) $x + 5 = -5$	e) $2x - 6 = 1$	h) $2x + 8 = 3$	k) $3x - 7 = 2$
c) $1 + 5x = -9$	f) $2x + 7 = 13$	i) $3 - 9x = -15$	l) $2x + 6 = -7$

Entraînement 4

a) $x - 7 = -2$	d) $7 - 3x = 14$	g) $5 + 6x = -11$	j) $6 - x = -2$
b) $x - 9 = 10$	e) $8x = 4$	h) $4x = 0$	k) $7x - 2 = 0$
c) $x - 7 = -8$	f) $x - 7 = 5$	i) $-x - 9 = 10$	l) $4x + 1 = 0$

MÉTHODE (résoudre un problème)

Pour résoudre un problème à l'aide d'une équation, on suit les étapes suivantes :
① Choix de l'inconnue : on écrit ce que représente l'inconnue.
② Mise en équation : on « traduit » le texte en une équation.
③ Résolution de l'équation : on résout l'équation trouvée.
④ Conclusion : on retourne au problème et on écrit la réponse.
(⑤ Vérification : on vérifie que la réponse est exacte.)

Exemple :
Monsieur Schmurtz, prof de français commande par internet des livres pour sa classe de 21 élèves. En tout il doit payer 180€. Les frais de port s'élèvent à 4,65€. Quel est le prix d'un livre ?

① Choix de l'inconnue :	x est le prix d'un livre.	
② Mise en équation :	$21x + 4{,}65 = 180$	
③ Résolution de l'équation :	$21x + 4{,}65 = 180$	$\mid$ **-4,65**
	$\Leftrightarrow 21x + 4{,}65 \mathbf{- 4{,}65} = 180 \mathbf{- 4{,}65}$	
	$\Leftrightarrow 21x = 175{,}35$	$\mid$ **:21**
	$\Leftrightarrow 21x \mathbf{: 21} = 175{,}35 \mathbf{: 21}$	
	$\Leftrightarrow x = 8{,}35$	
④ Conclusion :	Un livre coûte 8,35€.	
⑤ Vérification :	$21 \cdot 8{,}35 = 175{,}35$; $175{,}35 + 4{,}65 = 180$ ✓	

EXERCICE 13 ❒❒❒❒❒

Résoudre les problèmes suivants en utilisant une équation. Faire aussi la vérification.
a) La longueur d'un rectangle vaut est le double de sa largeur. Le périmètre du rectangle est de 48m. Que vaut la largeur du rectangle ?
b) Marie-Framboise pense à un nombre. Elle le multiplie par 7 et retranche ensuite 19. Elle trouve 58. À quel nombre avait-elle pensé ?
c) La sœur de Marie-Framboise achète un coca à 1,85€ et trois sandwichs. Elle doit payer 8,45€. Combien coûte un sandwich ?

MÉTHODE (équations plus complexes)

Parfois les équations du premier degré sont plus complexes : il faut d'abord développer et réduire les deux membres de l'équation.

Exemple :

$3(2x + 5) - 4(x-1) = 6(-2x - 5) - 7$	→ on utilise la distributivité
$\Leftrightarrow 6x + 15 - 4x + 4 = -12x - 30 - 7$	→ on réduit les termes semblables
$\Leftrightarrow 2x + 19 = -12x - 37$	→ maintenant on sait résoudre l'équation
$\Leftrightarrow \dots x = -4$	

Exercice 14

Résoudre les équations suivantes :

a) 7(x + 7) - 4(x - 4) = 77
b) 3(x + 8) - 2(x + 12) = 48
c) 6x - (11 - 2x) = 4x - 3
d) 8 - 3x - 3(6 - x) = 2(5 - x)

Exercice 15 - Révision (en cas de besoin)

Résoudre les équations suivantes :

Niveau 1

a) 3 – 3x = –12	e) –3 – 7x = 11	i) –4 – 6x = 8
b) 5 = 3x – 4	f) –15 = –3x – 6	j) 5 + 19x = 43
c) 4 – 6x = –8	g) 2 = 7x – 5	k) –6 + 11x = 137
d) –8 = –4x + 4	h) –3 + 8x = 13	l) 15 – 13x = 67

Niveau 2

a) 3x + 5x – 9 = 15	e) –3x + 7 + 5x = 13	i) 8 – 4x – 6 = –2 – 12
b) 7x + 5 – 3x = –3	f) –4x – 5x – 15 = 3	j) 18 – 5x + 10 = –5 + 8
c) 4x – 4 – 3x = 8	g) 2x + 4 – 5x = –2	k) –6x – 6x + 3 = –9
d) 5x – 8 – 7x = –18	h) –3x + 8 – 9 = –1 + 6	l) 4x – 13 + 7x = 8 + 1

Niveau 3

a) 3(x + 2) + 12 = 20 – 5	e) 3(x + 7) + 5x = −13 + 2	i) 17 − 4x = −x + 5
b) 7(x + 5) + 3x = –3 + 8	f) –4x + 5(x – 5) = 3 − 23	j) 7x − 9 = 13 − 4x
c) 12 – 12 = 4x + 4(1 – 2x)	g) 2x − 4 = 8 − 2x	k) 12x + 19 = −x + 19
d) 5 (–2x + 3) + 4x = –1 – 2	h) −3x + 5 = 12 + 4x	l) −6x +24 = 4 − 2x

Exercice 16

Quels sont les nombres ?

a) La somme de deux nombres consécutifs est égale à soixante-neuf.
b) La somme de trois nombres consécutifs est égale à trois cent trente-neuf.
c) La somme de deux nombres consécutifs est égale au carré de neuf.
d) La somme de trois nombres consécutifs est égale au cube de six.
e) La somme de quatre nombres consécutifs est égale à deux cent cinquante.

Quel âge ont-ils ?

a) Tic et Tac ont ensemble cent ans. Tic a trente-deux ans de plus que Tac.
b) Quik est deux fois plus âgé que Quak et ensemble ils ont soixante-quinze ans.
c) Loulou a huit ans de moins que Fifi et Riri a seize ans de plus que Fifi. Ils ont ensemble cent dix-neuf ans.
d) Tom a neuf ans de moins que Tim et Tam a sept ans de plus que Tom. Ils ont ensemble soixante-quatre ans.
e) Alice est deux fois plus âgée que Bélice et Célice a neuf ans de plus que Bélice. Elles ont ensemble soixante-treize ans.
f) Harry a deux ans de moins que Larry, Jerry quatre ans de plus que Larry et Mary douze ans de plus que Larry. Ils ont ensemble cent deux ans.
g) M. Schmit a neuf ans de plus que M. Schmidt et treize ans de moins que M. Schmitt. Ils ont ensemble quatre-vingt-dix-sept ans.
h) Ally a neuf ans de moins que Sally et Wally a sept ans de plus que Nelly. De plus, Ally est deux fois plus âgée que Wally. Elles ont ensemble soixante deux ans.

Méthode (équations contenant des fractions)

On fait pareil comme pour les autres équations : les termes en x dans un membre et les termes constants dans l'autre. Ensuite on choisit un dénominateur commun pour les termes en x et un dénominateur commun pour les termes constants.

Exemple :

$$\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}=-\frac{3}{4}x-\frac{2}{3} \quad \left| +\frac{3}{4}x\right.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x+\frac{3}{4}x+\frac{3}{5}=-\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{4}x+\frac{3}{4}x+\frac{3}{5}=-\frac{2}{3} \quad \left| -\frac{3}{5}\right.$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}x+\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=-\frac{2}{3}-\frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}x=-\frac{10}{15}-\frac{9}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}x=-\frac{19}{15} \quad \left| :\frac{5}{4}\left(\text{ou}\cdot\frac{4}{5}\right)\right.$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{19\cdot 4}{15\cdot 5}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{76}{75}$$

Exercice 17

a) $\frac{3}{4}x+\frac{2}{3}=x+1$ b) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}x=7$ c) $\frac{3}{5}x-\frac{1}{3}=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}$ d) $\frac{3}{4}x+\frac{4}{3}=\frac{1}{2}(x+6)$

Équations

THÉORÈME (règle du produit nul)

Un produit est nul, si et seulement un de ses facteurs est nul.

en bref : $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$

$a \cdot b \cdot c = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$ ou $c = 0$

Exemples d'utilisation :

$(x+2)(2x-1)=0$

$\Leftrightarrow x+2=0$ ou $2x-1=0$

$\Leftrightarrow x=-2$ $\quad \Leftrightarrow 2x=1$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

$x^2+7x=0$

$\Leftrightarrow x(x+7)=0$ (on a factorisé)

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x+7=0$

$\Leftrightarrow x=-7$

RAPPEL (équation $x^2 = a$)

L'équation $x^2 = a$ … a deux solutions si a est positif : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

… a une solution si a = 0 : 0

… n'a pas de solution si a est négatif.

Exemples :

$x^2=7$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{7}$ ou $x=-\sqrt{7}$

$x^2+5=0$

$\Leftrightarrow x^2=-5$ impossible!

EXERCICE 18 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

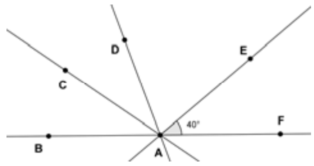
Résoudre les équations suivantes :

a) $x^2 + 5x = 0$ b) $x^2 = -8x$ c) $x^2 = 19$ d) $(x + 3)(x - 4) = 0$

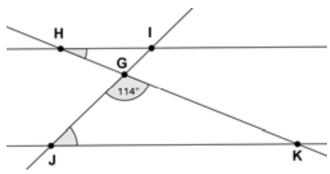
e) $(2x - 3)(x + 5) = 0$ f) $x^2 = -8$ g) $x^2 - 16 = 0$ h) $(2x - 4)(5x + 9) = 0$

EXERCICE 19 ❒ ❒ ❒ ❒ ❒

a) ABC est un triangle isocèle en A. L'angle $\widehat{BAC}$ mesure le triple de l'angle $\widehat{ABC}$. Déterminer les mesures des trois angles du triangle.



b) Sur la figure ci-contre, les points B, A et F sont alignés et $\widehat{EAF} = 40°$.
(AD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAE}$ et (AC) celle de $\widehat{BAD}$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$?



c) Sur la figure ci-contre, les droites (HI) et (JK) sont parallèles et $\widehat{JGK} = 114°$.
La mesure de l'angle $\widehat{GJK}$ vaut le double de celle de $\widehat{GHI}$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{GHI}$?

d) Un côté de l'angle droit d'un triangle rectaangle mesure 6 cm. L'hypoténuse mesure 2 cm de plus que le deuxième côté de l'angle droit.
Calculer l'aire et le périmètre de ce triangle.

Chapitre 5 – Résolution de problèmes. Équations.
cours : 1,2 et 3 pp. 108 et 109
savoir-faire : 1 et 2 pp. 110 et 111
pour s'entraîner :
exercices : 38 à 43 p. 115, 45 à 54 page 116