

Exercices sur les nombres complexes

1° Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants:

a) $z_1 = \frac{3}{2+i}$

e) $z_5 = i^3 + i^2 + i + 1$

b) $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

f) $z_6 = \frac{4+3i}{i}$

c) $z_3 = \frac{1+i}{3-2i}$

g) $z_7 = -4\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

d) $z_4 = (2+5i)^2$

h) $z_8 = i(4+3i)^2$

2° Mettre sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants:

a) $z_1 = 5 - 5i$

c) $z_3 = \frac{1}{2i}$

b) $z_2 = -2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

d) $z_4 = 3\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$

3° Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{C} :

a) $2z + 3i = 3 + 4i$

c) $iz + 2 = 4i - 1$

b) $2z + 5i + 8 = 3z - 3i$

d) $(2+i)z + 6i - 4 = 0$

4° Voici trois nombres complexes: $z_1 = 3 - i\sqrt{3}$, $z_2 = 4\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ et $z_3 = 3 + 2i$.

Calculer:

a) $|z_1|$

d) $|z_2|$

b) $\arg(z_1)$

e) $z_2 \cdot z_3$

c) \bar{z}_1

f) une valeur approchée de $\arg(z_3)$

Corrigé:

1° a) $z_1 = \frac{6}{5} - \frac{3}{5}i$; b) $z_2 = \sqrt{3} + i$; c) $z_3 = \frac{1}{13} + \frac{5}{13}i$; d) $z_4 = -21 + 20i$;

e) $z_5 = 0$; f) $z_6 = 3 - 4i$; g) $z_7 = 2 + 2i\sqrt{3}$; h) $z_8 = -24 + 7i$

2° a) $z_1 = 5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$; b) $z_2 = 2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$;

c) $z_3 = \frac{1}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$; d) $z_4 = 3\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

3° a) $S = \left\{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right\}$; b) $S = \{8 + 8i\}$; c) $S = \{4 + 3i\}$; d) $S = \left\{\frac{2}{5} - \frac{16}{5}i\right\}$

4° a) $2\sqrt{3}$; b) $-\frac{\pi}{6}$; c) $3 + i\sqrt{3}$; d) 4; e) $-10\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$; f) $\sim 33,7^\circ$