Exercices sur les limites

Déterminer le domaine et les limites aux bornes du domaine des fonctions suivantes.
Donner, si possible, une interprétation géométrique des résultats.

a) $f : x \mapsto 4x^2 + 5x - 3$ b) $f : x \mapsto -3x^2 + 2x + 7$ c) $f : x \mapsto x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ d) $f : x \mapsto -2x^3 + 2x^2 + 120$

e) $f : x \mapsto \dfrac{4x-2}{x-3}$ f) $f : x \mapsto \dfrac{4x-2}{2x^2-x}$ g) $f : x \mapsto \dfrac{3x^2-2x}{2-3x}$ h) $f : x \mapsto \dfrac{x^2-6x+9}{2x+6}$

i) $f : x \mapsto \dfrac{2x^2+2x-4}{x^2+3x-4}$ j) $f : x \mapsto \dfrac{x^2+7x+3}{x^2+4x+5}$ k) $f : x \mapsto \dfrac{9x^2-36}{x^2+3x-10}$ l) $f : x \mapsto \dfrac{x^2+9x+14}{x^2-4}$

m) $f : x \mapsto \dfrac{x^3-8}{x^2+3x-10}$ n) $f : x \mapsto \dfrac{x^2+x-6}{2x^2-14x+20}$

Corrigé

a) $D_f = \mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

b) $D_f = \mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

c) $D_f = \mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

d) $D_f = \mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

e) $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 4$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 4$ A.H. : $y = 4$

$\lim\limits_{x\to3^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to3^-} f(x) = -\infty$ A.V. : $x = 3$

f) $D_f = \mathbb{R} - \left\{0; \dfrac{1}{2}\right\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ A.H. : $y = 0$

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = -\infty$ A.V. : $x = 0$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = 4$

g) $D_f = \mathbb{R} - \left\{\dfrac{2}{3}\right\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ A.O. : $y = -x$

$\lim\limits_{x\to\frac{2}{3}} f(x) = -\dfrac{2}{3}$

h) $D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ A.O. : $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{9}{2}$

$\lim\limits_{x\to-3^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-3^-} f(x) = -\infty$ A.V. : $x = -3$

l) $D_f = \mathbb{R} - \{-4; 1\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$ A.H. : $y = 2$

$\lim\limits_{x\to-4^+} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-4^-} f(x) = +\infty$ A.V. : $x = -4$

$\lim\limits_{x\to1} f(x) = \dfrac{6}{5}$

j) $D_f = \mathbb{R}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ A.H. : $y = 1$

k) $D_f = \mathbb{R} - \{-5; 2\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 9$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 9$ A.H. : $y = 9$

$\lim\limits_{x\to-5^+} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-5^-} f(x) = +\infty$ A.V. : $x = -5$

$\lim\limits_{x\to2} f(x) = \dfrac{36}{7}$

l) $D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ A.H. : $y = 1$

$\lim\limits_{x\to-2} f(x) = -\dfrac{5}{4}$

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = -\infty$ A.V. : $x = 2$

m) $D_f = \mathbb{R} - \{-5; 2\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ A.O. : $y = x - 3$

$\lim\limits_{x\to-5^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-5^-} f(x) = -\infty$ A.V. : $x = -5$

$\lim\limits_{x\to2} f(x) = \dfrac{12}{7}$

n) $D_f = \mathbb{R} - \{2; 5\}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dfrac{1}{2}$ A.H. : $y = \dfrac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to2} f(x) = -\dfrac{5}{6}$

$\lim\limits_{x\to5^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-5^-} f(x) = -\infty$ A.V. : $x = 5$