Aide-Mémoire T3EE - ÉTUDE D'UNE FONCTION

1. DOMAINE DE DÉFINITION

Le domaine de définition D_f d'une fonction f est l'ensemble des valeurs x pour lesquelles on peut calculer $f(x)$.
3 conditions sont à respecter:

a) $\frac{\blacklozenge}{\blacktriangle}$: $\blacktriangle \neq 0$ Une expression au dénominateur d'une fraction ne doit pas s'annuler.

b) $\sqrt{\blacktriangle}$: $\blacktriangle \geq 0$ Une expression sous un radical doit être supérieur ou égal à zéro.

c) $\ln(\blacktriangle)$: $\blacktriangle > 0$ Une expression dont on calcule le logarithme doit être supérieur à zéro.

2. PARITÉ

2.1. Fonction paire

$$f \text{ paire} \Leftrightarrow (\forall x \in D_f) : \begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$$

La représentation graphique d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2.2. Fonction impaire

$$f \text{ impaire} \Leftrightarrow (\forall x \in D_f) : \begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

La représentation graphique d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine O.

3. LIMITES AUX BORNES DU DOMAINE

3.1. Limites en ∞

a) fonctions polynômes:
La limite est celle du terme de plus haut degré.
b) fonctions rationnelles:
Pour calculer la limite, on ne garde que le terme de plus haut degré au numératuer et au dénominateur.

3.2. Limites en un point a

a) fonctions polynômes:
$D_f = \mathbb{R}$, donc $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.
b) fonctions rationnelles:
-si $x \in D_f$, alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.
-si $x \notin D_f$, alors le dénominateur s'annule si on remplace x par a.
Si le numérateur s'annule aussi, il faut factoriser le numérateur et le dénominateur, ensuite simplifier.
Si le numérateur ne s'annule pas, il faut distinguer la limite à gauche et à droite.

4. ASYMPTOTES

4.1. Asymptote horizontale

si $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = a, a \in \mathbb{R}$, alors on a une asymptote horizontale d'équation $y = a$.
(C'est le cas pour les fonctions rationnelles si le degré du dénominateur est plus grand ou égal à celui du dénominateur.)

4.2. Asymptote verticale

si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$, alors on a une asymptote verticale d'équation $x = a$.

5. INTERSECTION DE LA COURBE C_f AVEC LES AXES

5.1. $C_f \cap (Ox)$, axe des abscisses

Il faut résoudre l'équation $f(x) = 0$ pour trouver les abscisses de ces points.

5.2. $C_f \cap (Oy)$, axe des ordonnées

C'est le point de coordonnées $(0, f(0))$ si f est définie en 0.

6. DÉRIVÉE

6.1. Dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
k	0	$\cos x$	$-\sin x$
x	1	$\sin x$	$\cos x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$x^n, n \in \mathbb{Z}^*$	nx^{n-1}	e^x	e^x
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$		

6.2. Opérations sur les dérivées

$(ku)' = ku'$	
$(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u', n \in \mathbb{Z}^*$	$(u+v)' = u' + v'$
$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(uv)' = u'v + uv'$
$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$	$(e^u)' = u' \cdot e^u$

7. VARIATIONS

7.1. Extréma

Si la dérivée s'annule et change de signe, on a un extrémum.

7.2. Sens de variation

a) Si la dérivée est positive, alors la fonction est croissante.
b) Si la dérivée est négative, alors la fonction est décroissante.

7.3. Tableau de variations

Le sens de variation et les limites sont résumées dans un tableau de variations.

8. TANGENTE EN UN POINT

La pente de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a est $f'(a)$.

9. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

a) Tracer les axes (marquer x et y), maruqe l'origine O et les deux valeurs 1 sur les axes (attention à l'unité).
b) Tracer les éventuelles asymptotes.
c) Marquer les points d'intersection avec les axes (si ils ont été calculés).
d) Calculer d'autres valeurs (tableau des images) et marquer les points correpondants.
e) Tracer la courbe (d'abord au crayon, ensuite en couleur).