Exercices T3EE - FONCTION EXPONENTIELLE

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition, le domaine de dérivation et la fonction dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = 2e^{-x}$

b) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

c) $f(x) = 5e^{\cos x}$

d) $f(x) = e^{x^2+1}$

e) $f(x) = 9(e^x)^2$

f) $f(x) = e^{3x} - 2e^{5x} + 3x - 4$

g) $f(x) = x \cdot e^x$

h) $f(x) = x - x \cdot e^x$

i) $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

j) $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2+x-4}$

k) $f(x) = (x^3 - 1) \cdot e^{-x^2+1}$

l) $f(x) = \sqrt{2-9x} \cdot e^{2x}$

m) $f(x) = (4x^3 + 1)e^{2x}$

n) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

o) $f(x) = \dfrac{x}{e^x}$

p) $f(x) = \dfrac{2x+1}{e^x}$

q) $f(x) = \dfrac{6x^2 - 5}{e^x - 1}$

r) $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

s) $f(x) = \dfrac{e^{-3x} - 2}{e^{3x}}$

t) $f(x) = \dfrac{2e^{2x}}{e^{4x} + 1}$

u) $f(x) = e^{4x} \cdot \ln(x^2 - 9)$

v) $f(x) = e^x \cdot (\sin x + \cos x)$

w) $f(x) = (x+2) \cdot e^{\frac{1}{x}}$

x) $f(x) = e^{\frac{x}{x+2}}$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

a) $2e^{2x} - 7e^x + 3 = 0$

b) $2e^{2x} + e^x = 105$

c) $e^{4x} = 3e^{2x} + 4$

d) $e^{4x} - 29e^{2x} + 100 = 0$

e) $e^{4x} - 13e^{2x} + 36 = 0$

f) $2e^{4x} - 5e^{2x} + 2 = 0$

g) $3e^x - 14e^{-x} = 19$

h) $e^x + 2e^{-x} - 3 = 0$

i) $2e^x - 3e^{-x} - 5 = 0$

j) $2e^x + 30e^{-x} = 16$

k) $e^{2x} - 15e^{-2x} - 2 = 0$

l) $7e^{-5x} - 8e^{-3x} + e^{-x} = 0$

m) $2e^{-x} + 8e^{-3x} = e^x$

n) $2e^{3x} - 3e^{-3x} = 5$

Corrigé

$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ sauf indication contraire

1-a) $f'(x) = -2e^{-x}$; b) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*$; $f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$; c) $f'(x) = -5\sin x \cdot e^{\cos x}$; d) $f'(x) = 2x \cdot e^{x^2+1}$; e) $f'(x) = 18e^{2x}$;
f) $f'(x) = 3e^{3x} - 10e^{5x} + 3$; g) $f'(x) = (1+x)e^x$; h) $f'(x) = (-x-1)e^x + 1$; i) $f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$; j) $f'(x) = (2x^3 + x^2 + 2x)e^{x^2+x-5}$;
k) $f'(x) = (-2x^4 + 3x^2 + 2x)e^{-x^2+1}$; l) $D_f = \left]-\infty; \frac{2}{9}\right]$; $D_{f'} = \left]-\infty; \frac{2}{9}\right[$; $f'(x) = \frac{(-36x-1)e^{2x}}{2\sqrt{2-9x}}$; m) $f'(x) = (8x^2 + 12x^2 + 2)e^{2x}$;
n) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*$; $f'(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$; o) $f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$; p) $f'(x) = \frac{1-2x}{e^x}$; q) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*$; $f'(x) = \frac{(-6x^2+12x+5)e^x - 12x}{(e^x-1)^2}$;
r) $f'(x) = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$; s) $f'(x) = \frac{6(e^{3x}-1)}{e^{6x}}$; t) $f'(x) = \frac{-4e^{2x}(e^{4x}-1)}{(e^{4x}+1)^2}$; u) $D_f = D_{f'} =]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$; $f'(x) = 4e^x \ln(x^2 - 9) + \frac{2xe^{4x}}{x^2-9}$;
v) $f'(x) = 2e^x \cos x$; w) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*$; $f'(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}(x^2-x-2)}{x^2}$; x) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R} - \{-2\}$; $f'(x) = \frac{2e^{\frac{x}{x+2}}}{(x+2)^2}$;

2-a) $S = \{-\ln 2; \ln 3\}$; b) $S = \{\ln 7\}$; c) $S = \{\ln 2\}$; d) $S = \{\ln 2; \ln 5\}$; e) $S = \{\ln 2; \ln 3\}$; f) $S = \left\{-\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2}\right\}$;
g) $S = \{\ln 7\}$; h) $S = \{0; \ln 2\}$; i) $S = \{\ln 3\}$; j) $S = \{\ln 3; \ln 5\}$; k) $S = \left\{\frac{\ln 5}{2}\right\}$; l) $S = \left\{0; \frac{\ln 7}{2}\right\}$; m) $S = \{\ln 2\}$; n) $S = \left\{\frac{\ln 3}{3}\right\}$