Exercices T3EE - LOGARITHME NÉPÉRIEN

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition, le domaine de dérivation et la fonction dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = x^2 - \ln x$

b) $f(x) = (\ln x)^2$

c) $f(x) = \ln x + \frac{1}{x-1}$

d) $f(x) = \frac{\ln x}{x} + 1$

e) $f(x) = x^2 \ln x$

f) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2} + x$

g) $f(x) = \ln x^2$

h) $f(x) = \ln(2x+3)$

i) $f(x) = \ln(x^2 - x)$

j) $f(x) = x - 2 - 2\ln x$

k) $f(x) = \ln \frac{1}{x}$

l) $f(x) = x\ln x - x$

m) $f(x) = x^2 \ln x^2 - x^2$

n) $f(x) = \ln^2 x$

o) $f(x) = \ln(3x + 2 - 2x^2)$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, après avoir précisé le domaine d'existence:

a) $\ln(3-5x) = 2$

b) $\ln(x+2) + \ln(-x) = \ln \frac{3}{4}$

c) $2\ln x = \ln 3 + \ln(2x+3)$

d) $\ln^2 x + 2\ln x - 15 = 0$

e) $\ln(2x-3) + \ln(x-4) = 2\ln 5$

f) $2\ln(x-3) + \ln(x-1) = \ln(2x-2)$

g) $2\ln 2 + \ln(x^2-1) = \ln(4x-1)$

h) $\ln(3x-1) + \ln x - \ln(3x+1) = 0$

i) $20\ln^2 x - 16\ln x + 3 = 0$

j) $\ln(x+3) = \ln \frac{x+11}{x+2}$

k) $2\ln(1-x) - \ln(x+5) = 0$

l) $2\ln 2 + \ln(x+1) = \ln(4x-1) - \ln(x-1)$

m) $2(\ln 2 + \ln x) - \ln(5x-4) = \ln(5-x)$

n) $\ln(x^2-4) = \ln 5 + 2\ln 3$

o) $\ln(x^2-1) = \ln(x^2 - 7x + 12) + \ln 4$

p) $2\ln^3 x + \ln^2 x - \ln x = 0$

Corrigé

1-a) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{2x^2-1}{x}$; b) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{2\ln x}{x}$; c) $D_f = D_{f'} =]0;1[\cup]1;+\infty[; f'(x) = \frac{x^2-3x+1}{x(x-1)^2}$;
d) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$; e) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{2x^2\ln x + 1}{x}$; f) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{1 - 2\ln x + x^3}{x^3}$;
g) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*; f'(x) = \frac{2}{x}$; h) $D_f = D_{f'} = \left]-\frac{3}{2};+\infty\right[; f'(x) = \frac{2}{2x+3}$; i) $D_f = D_{f'} =]-\infty;0[\cup]1;+\infty[; f'(x) = \frac{2x-1}{x^2-x}$;
j) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{x-2}{x}$; k) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = -\frac{1}{x}$; l) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \ln x$;
m) $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*; f'(x) = 2x\ln x^2$; n) $D_f = D_{f'} =]0;+\infty[; f'(x) = \frac{2\ln x}{x}$; o) $D_f = D_{f'} = \left]-\frac{1}{2};2\right[; f'(x) = \frac{-4x+3}{-2x^2+3x+2}$;

2-a) $D =]-\infty;\frac{3}{5}[; S = \left\{\frac{3-e^2}{5}\right\}$; b) $D =]-2;0[; S = \left\{-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right\}$; c) $D =]0;+\infty[; S = \left\{3\sqrt{2}+3\right\}$;
d) $D =]0;+\infty[; S = \{e^3;e^{-5}\}$; e) $D =]4;+\infty[; S = \left\{\frac{13}{2}\right\}$; f) $D =]3;+\infty[; S = \left\{3+\sqrt{2}\right\}$;
g) $D =]1;+\infty[; S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$; h) $D = \left]\frac{1}{3};+\infty\right[; S = \left\{\frac{2+\sqrt{7}}{3}\right\}$; i) $D =]0;+\infty[; S = \left\{e^{\frac{1}{2}};e^{\frac{3}{10}}\right\}$;
j) $D =]-2;+\infty[; S = \{1\}$; k) $D =]-5;1[; S = \{-1\}$; l) $D =]1;+\infty[; S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$;
m) $D =]\frac{4}{5};5[; S = \left\{1;\frac{20}{9}\right\}$; n) $D =]-\infty;2[\cup]2;+\infty[; S = \{-7;7\}$; o) $D =]-\infty;-1[\cup]1;3[\cup]4;+\infty[; S = \left\{\frac{7}{3};7\right\}$;
p) $D =]0;+\infty[; S = \left\{1;e^{\frac{1}{2}};e^{-1}\right\}$